

Tutorium Makroökonomik

Universität Hagen
WS 2006

Kurseinheiten:
00057 Makroökonomik
00058 Makroökonomik II

Tutor: Reinhard Huber

Erstellt von: Siegfried Dreher

Version: 0.2
Datum: 15.03.2007 13:41:00

Hinweis:

- Es wird keinerlei Haftung auf Richtigkeit und Vollständigkeit des im weiteren niedergeschriebenen gegeben.
- Die Verwendung des Inhaltes erfolgt auf eigen Gefahr! Haftungsansprüche sind sinnlos da Verfasser mittellos – Spende werden gerne entgegengenommen!
- Bei Fragen zu Risiken und Nebenwirkungen bitte befragen Sie Ihren Dozenten oder Apotheker.
- Der Verfasser weißt Sie ausdrücklich daraufhin, dass der Inhalt nur teilweise und nur mit einem Besuch der Vorlesungen sowie lesen der Skripte sinnhaftig ist.
- Basis dieser einzigartigen Zusammenfassung sind die oben aufgeführten Skripte der Uni-Hagen.
- **Die Arbeitsgemeinschaft FernStudium-Nordwest bietet zu fast allen Fächern der Fernuniversität Hagen Lernwochen bzw. Lernwochenenden an. Die Kosten für ein Wochenende liegen bei ca. 150EUR inkl. Unterkunft und Verpflegung. Ich kann die Seminare sehr empfehlen.**
<http://www.fernstudium-nordwest.de/>

Inhaltsverzeichnis	
Ermittlung des Brutto-Inlandsprodukt (BIP).....	4
Entstehungsrechnung	4
Verwendungsseite	4
Verteilungsrechnung	4
Kreislaufdiagramm:.....	6
Einfach	6
Komplexer.....	6
Produktionsfunktion	8
Elastizität.....	8
Elastizität einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion	8
Ertragsfunktion (Vertikalschnitt)	9
Grenzproduktivität der Arbeit	9
Grenzproduktivität des Kapitals.....	9
Isoquanten (Horizontalschnitt).....	10
Prüfung des Verlaufes der Isoquante	10
Grenzrate der Substitution:.....	11
Berechnung der Grenzrate der Substitution	11
Begriffserläuterungen:.....	11
Diagonalschnitt (Niveau-Produktionsfunktion)	12
Berechnung des Skalenertrages.....	12
Gütermarkt	13
Sparsumme, Konsum, Einkommen, Steuern und die Zusammenhänge	13
Umrechnung realer Größen in nominale Größen	15
Bestimmung der Investitionsnachfrage I^d	16
Herleitung der Bestandsgröße I_t	17
Gütermarkt	18
IS-Kurve	19
Geldmarkt.....	26
Geldmengen-Gleichgewicht.....	26
Wiederholung zum Geldmarkt:.....	31
Güter- und Geldmarkt	32
Graphische Ermittlung des Gleichgewichtspunkt:.....	32
Herleitung der Rechnerischen Lösung.....	32
Rechnerische Lösung	33
Arbeitsmarkt.....	34
Gleichgewichtsbedingung	34
Betrachtung des Neoklassischen Ansatzes.....	35
Gleichgewicht am Arbeitsmarkt.....	38
Keynsianisches Totalmodell.....	41
Folgende Bedingungen gelten:.....	41
Gütermarkt	41
Geldmarkt.....	41
Produktionsfunktion	41
Preissetzungsfunktion.....	41
Graphische Herleitung der Gleichgewichtspunkte für die endogenen Variablen	42
Berechnung der Steigung der AD-Kurve	43
Steigung der AS-Kurve	45
Schritte zur graphischen Lösung:.....	48
Berechnung der Multiplikatoren	59
Klausurrelevanz.....	60

Statistisches Jahrbuch – Download: http://www.destatis.de/jahrbuch/jahrbuch2006_downloads.htm

Wichtig:

Seite 24 Skript – Tabelle → auswendig lernen

Seite 19 Skript – Einteilung in Sektoren → auswendig lernen

Klassische Sektoren:

Haushalt → Leistung konsumiert / spart

Unternehmen → Leistung Erstellung/ investiert

Staat → Leistung produziert/konsumiert

Ausland

Produktionskonto	
Vorleistungskäufe	Vorleistungsverkäufe
- von inländischen Unternehmen bei inländischen Unternehmen	Konsum Privat (C_P)
- vom Staat bei inländischen Unternehmen	Konsum Staat (C_{St}) [Staatsverbrauch]
- Importe	Investitionen (I) (Staat/Unternehmen)
Brutto-Wertschöpfung (residual)	Export (Ex)

Ohne
Gütersteuern

Produktwert (PW)

Definition der Vorleistung:

Unter Vorleistungen versteht man den Wert der Güter (Waren und Dienstleistungen), die inländische Wirtschaftseinheiten von anderen (in- und ausländischen) Wirtschaftseinheiten bezogen und im Berichtszeitraum im Zuge der Produktion verbraucht haben. Die Vorleistungen umfassen außer Rohstoffen, sonstigen Vorprodukten, Hilfs- und Betriebsstoffen, Brenn- und Treibstoffen und anderen Materialien auch Bau- und sonstige Leistungen für laufende Reparaturen, Transportkosten, Postgebühren, Anwaltskosten, gewerbliche Mieten, Benutzungsgebühren für öffentliche Einrichtungen usw. Die Vorleistungen schließen nicht die eingesetzte Handelsware ein, da auch der Produktionswert von Handelsaktivitäten nur in Höhe des Dienstleistungsentgelts gebucht wird.

Hinweis:

Die Produktionswerte geben den Wert der von inländischen Wirtschaftseinheiten in einer Berichtsperiode produzierten Güter (Waren und Dienstleistungen) an. Als Maß für die wirtschaftliche Leistung sind die Produktionswerte aber nur bedingt brauchbar, weil in die Produktion auch die von anderen Wirtschaftseinheiten produzierten Vorprodukte einfließen.

Merke: Netto-Wertschöpfung = Einkommen

Produktionskonto des Staates	
Löhne	
Gehälter	
Ausgaben	

Produktwert des Staates

Der Produktionswert der sogenannten »Nichtmarktproduzenten« aus den Sektoren Staat und Private Organisationen ohne Erwerbszweck, deren Leistungen der Allgemeinheit überwiegend ohne spezielles Entgelt zur Verfügung gestellt werden, werden durch Addition der Aufwandsposten dieser Institutionen ermittelt.

Ermittlung des Brutto-Inlandsprodukt (BIP)

Entstehungsrechnung

Produktionswert PW
 - Vorleistungsverkäufe
 inländisch
 ausländisch
 = Bruttowertschöpfung BW (unbereinigt)
 - unterstellte Bankgebühren
 = Bruttowertschöpfung BW (bereinigt)
 + Gütersteuern
 - Gütersubventionen

 = **BIP_M**

M = Marktpreisen

Problem: Der Produktionswert enthält Doppelzählungen, die Vorleistungskäufe bei jeder Produktionsstufe voll mitgezählt wird. Daher werden die Vorleistungskäufe abgezogen.

Banken erzielen hauptsächlich Zinsen → Zinsen sind allerdings kein erwirtschaftetes Einkommen

Gütersteuern sind alle mengenbezogenen Steuern, Abgaben und Zölle. (MwST, Spritsteuer)

Verwendungsseite

Konsum privat CP
 + Staatsausgaben CSt
 + Investitionen I
 + Ex
 - Im

 = **BIP_M**

Investitionen umfasst Produktion, Bau, Anlagen, Vorräte

Ex-Im = Außenbeitrag

Verteilungsrechnung

BIP_M
 + YEXIM
 = Brutto-Nationaleinkommen BNE
 - Abschreibungen
 = Netto-Nationaleinkommen NNE_M
 - Produktsteuern und Importabgaben
 + Subventionen vom Staat
 = Netto-Nationaleinkommen auf Faktorkosten NNE_F
 = Volkseinkommen

YEXIM = Saldo der Primäreinkommen mit der übrigen Welt

$YEXIM = (L_{EX} + G_{EX}) - (L_{IN} + G_{IN})$
 Abschreibungen sind geschätzt

F = Faktorkosten

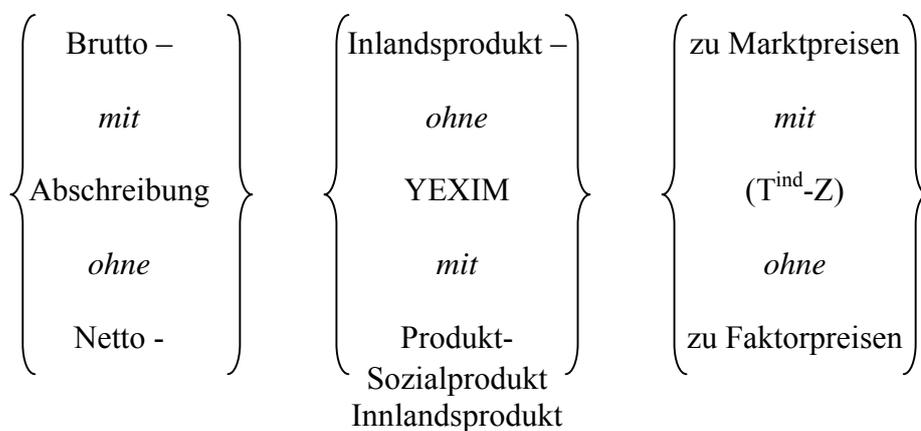
Volkseinkommen = Arbeitsentgelt + Unternehmens- und Vermögenseinkommen
Arbeitsentgelt = Löhne und Gehälter

BIP_M	Entstehungsrechnung	= PW-VL+T-Z*
	Verwendungsrechnung	= C _p +G+I+Ex-Im
	Verteilungsrechnung	= Y + T ^{ind} -Z+D-YEXIM

G = Verbrauch und Investitionen des Staates

Y = Volkseinkommen = LE+GE = Lohnneinkommen + Gewinneinkommen

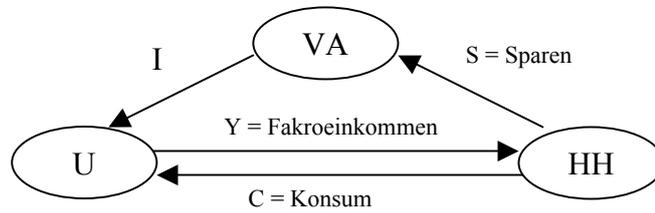
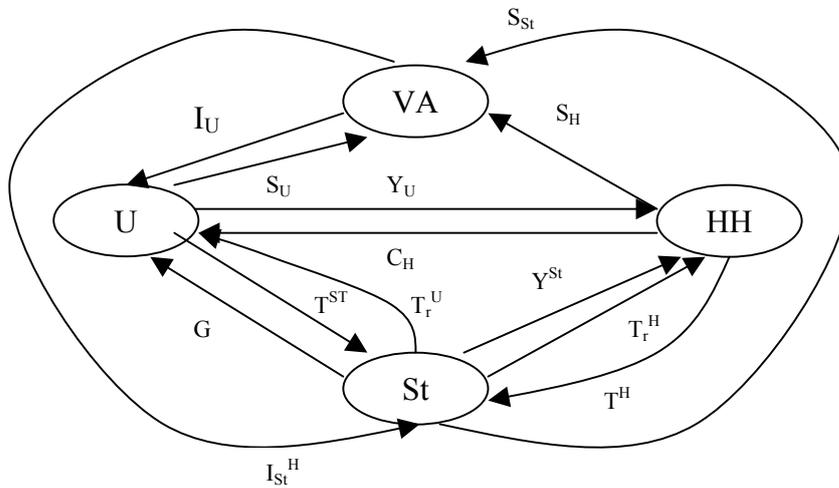
Umwandlungsschema



Merke:
 $NNE_F = VE = Y$

Es gibt zwei Konzepte:

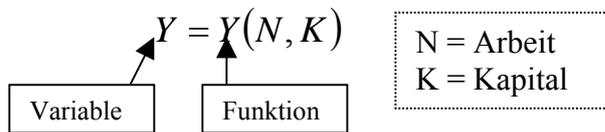
- Inlandskonzept → Sitz der Produktionseinheit ist entscheidend
- Inländerkonzept → Ständiger Wohnungssitz des Haushaltes
(=Empfänger des Einkommens)

Kreislaufdiagramm:**Einfach****Komplexer**

Grundlagen für weitere Betrachtung:

Basis der weiteren Betrachtung

- Erstmals kein Ausland $\rightarrow YEXIM = 0 \rightarrow BIP = BSP$
- Es gibt nur ein Einkommen
- Es gibt nur ein Gut



Produktionsfunktion

K = Kapital N = Arbeit

$$\text{PF: } Y = Y(N, K)$$

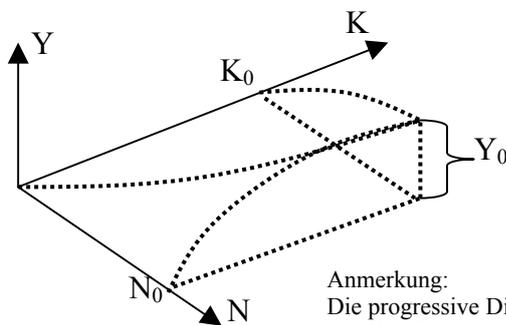
$$(N, K) \propto Y$$

$$R_{0+}^2 \propto Y$$

$$Y = Y(N, K)$$

$$Y = N^a \cdot K^b$$

Darstellung der PF als 3D



Anmerkung:
Die progressive Diagonalkurve ist abhängig von den Koeffizienten der Cobb-Douglas-Funktion

Annahme:

- Es handelt sich immer um eine Neoklassische Produktionsfunktion
- Die Produktionsfunktion erfüllt folgende Forderungen:
 - o Ableitbar
 - o Stetigkeit
- Es gelte:

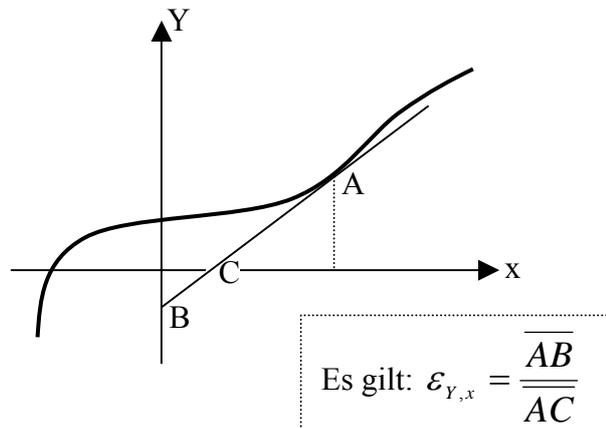
$Y_N, Y_K > 0$	Steigung
$Y_{NN}, Y_{KK} < 0$	rechtsgekrümmt/streng konvex
$Y_{NK}, Y_{KN} > 0$	

$$Y_N = \frac{\partial Y}{\partial N}$$

Elastizität

$$\varepsilon_{Y,x} = \frac{\partial Y}{\partial x} \cdot \frac{x}{Y}$$

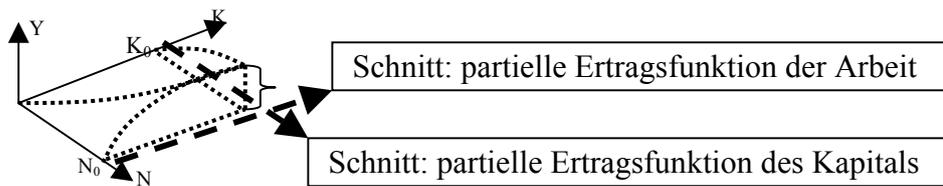
Die Elastizität ist die relative Änderung der abhängigen Variabel zur relativen Änderung der unabhängigen Variablen (auf 1%-Änderung bezogen).

**Elastizität einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion**

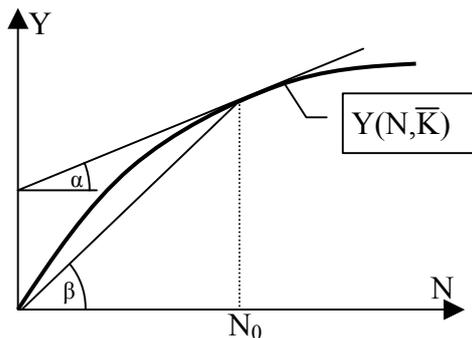
$$\varepsilon_{Y,N} = \frac{\partial Y}{\partial N} \cdot \frac{N}{Y} \text{ mit } Y = N^a \cdot K^b \text{ für } 0 < a < 1 \text{ und } 0 < b < 1$$

$$\varepsilon_{Y,N} = a \cdot N^{a-1} \cdot K^b \cdot \frac{N}{Y} = a \cdot N^a \cdot K^b \cdot \frac{1}{Y} = a \cdot \frac{N^a \cdot K^b}{Y} = a \cdot \frac{N^a \cdot K^b}{N^a \cdot K^b} = a$$

Ertragsfunktion (Vertikalschnitt)



Grenzproduktivität der Arbeit



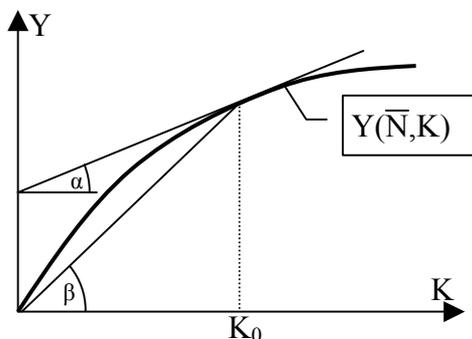
(partielle) Grenzproduktivität der Arbeit Y_N :

$$Y_N(N_0, \bar{K}) = \tan(\alpha)$$

Ø-Ertrag der Arbeit: $\frac{Y}{N} = \tan(\beta)$

$$Y_N = \frac{\partial Y}{\partial N} = a \cdot N^{a-1} \cdot K^b = a \cdot N^{-1} \cdot N^a \cdot K^b = a \cdot \frac{Y}{N}$$

Grenzproduktivität des Kapitals



(partielle) Grenzproduktivität des Kapitals Y_K :

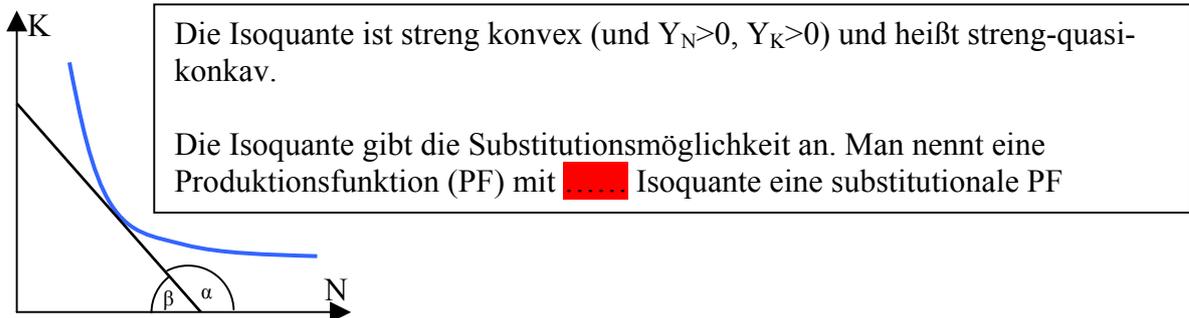
$$Y_K(\bar{N}, K_0) = \tan(\alpha)$$

Ø-Ertrag des Kapitals: $\frac{Y}{K} = \tan(\beta)$

Merke:

- Für $0 < a < 1$ gilt, daß der Grenzproduktivität immer kleiner ist als die Durchschnittsproduktivität
- Die Ø-Produktivität ist der Ursprungsstrahl durch den definierten Punkt
→ $\tan(\beta)$
- Die Grenzproduktivität ist die Tangente an den definierten Punkt
→ $\tan(\alpha)$
- Die Produktionselastizität eines Faktors ist gleich dessen Exponenten (für die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion)

Isoquanten (Horizontalschnitt)



Prüfung des Verlaufes der Isoquante

Forderung: streng Konvexer-Verlauf

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 K}{dN^2} > 0$$

$$\frac{dK}{dN} = \underbrace{\bar{Y}^{\frac{1}{b}}}_{\text{positiv}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{a}{b}\right)}_{\text{negativ}} \cdot \underbrace{N^{\frac{a}{b}-1}}_{\text{positiv}} < 0$$

$$\frac{d^2 K}{dN^2} = \frac{d}{dN} \frac{dK}{dN} = \underbrace{\bar{Y}^{\frac{1}{b}}}_{\text{positiv}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{a}{b}\right)}_{\text{negativ}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{a}{b} - 1\right)}_{\text{negativ}} \cdot \underbrace{N^{\frac{a}{b}-2}}_{\text{positiv}} > 0$$

Die Bedingung des streng konvexen Verlaufes der Isoquante ist für Neoklassische Produktionsfunktionen ist erfüllt.

Herleitung von K:

$$Y = N^a \cdot K^b \Rightarrow K^b = \bar{Y} \cdot \frac{1}{N^a}$$

$$K^b = \bar{Y} \cdot \frac{1}{N^a}$$

$$K = \left(\frac{\bar{Y}}{N^a}\right)^{\frac{1}{b}}$$

$$K = \bar{Y}^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{N^{\frac{a}{b}}}$$

$$K = \bar{Y}^{\frac{1}{b}} \cdot N^{-\frac{a}{b}}$$

Grenzrate der Substitution:

Faktor N wird durch Faktor K ersetzt (oder auch umgekehrt)

$$\frac{dK}{dN} = \tan(\alpha) = -\tan(\beta)$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dK}{dN} \right| = \tan(\beta)$$

Berechnung der Grenzrate der Substitution**Problematik:**

Wir haben als Basis die Produktionsfunktion $Y(N,K)$. Somit ist K implizit in Y enthalten. Wir benötigen allerdings um die Grenzrate der Substitution zu berechnen dK/dN .

Wie wir wissen (s.O.) ist dies bei der angenommenen Produktionsfunktion (Cobb-Douglas-Funktion) durch Umstellung möglich.

Wir wollen nun allerdings eine Lösung für den allgemeinen Fall herleiten. Dies hat den Vorteil, daß es das allgemeine Lösung ist \rightarrow immer möglich ist und zweitens teilweise eine schnellere Lösung bietet als durch Umstellung.

$$\text{Implizite Funktionsgleichung} \quad \text{allg. } f(x, y) = 0$$

$$\text{Regel für impliziertes Differenzieren} \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y}$$

$$\text{Somit folgt: } \frac{dK}{dN} = -\frac{Y_N}{Y_K} = -\frac{a \cdot N^{a-1} \cdot K^b}{b \cdot N^a \cdot K^{b-1}} = -\frac{a \cdot N^{-1}}{b \cdot K^{-1}} = -\frac{a}{b} \cdot \frac{K}{N}$$

$$\frac{dK}{dN} = -\frac{a}{b} \cdot \frac{K}{N}$$

Begriffserläuterungen:

$$\frac{K}{N} = \text{Kapitalintensität}$$

$$\frac{N}{Y} = \text{Arbeitsintensität}$$

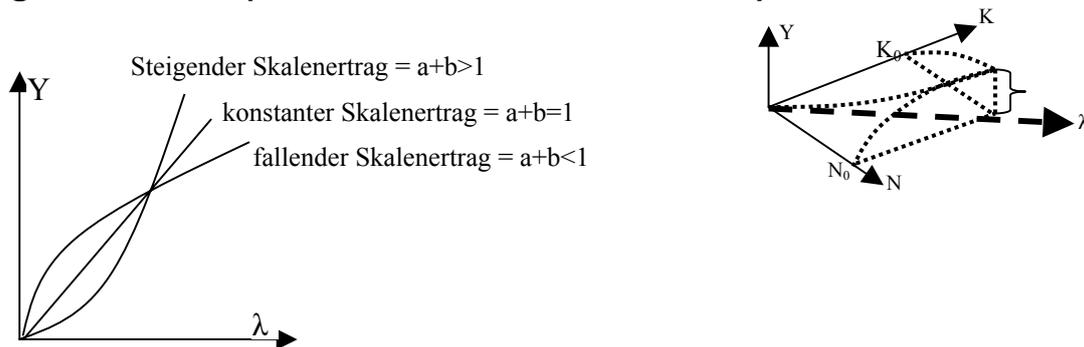
$$\frac{Y}{N} = \text{\textcircled{O}}\text{-Arbeitsproduktivität}$$

$$\frac{N}{Y} = \text{Arbeitskoeffizient}$$

$$\frac{K}{Y} = \text{Kapitalkoeffizient}$$

$$\frac{Y}{K} = \text{\textcircled{O}}\text{-Kapitalproduktivität}$$

Diagonalschnitt (Niveau-Produktionsfunktion)



Verlauf des Diagonalschnitt ins Abhängigkeit des Skalenertrags

- Konstanter Skalenertrag \rightarrow linearer Verlauf
- Steigender Skalenertrag \rightarrow konvexer/progressiver Verlauf
- Fallender Skalenertrag \rightarrow konkaver/degressiver Verlauf

Berechnung des Skalenertrages

Gleichbedeutende Begriffe:

- Niveau-Grenzproduktivität
- Niveau-Grenzertrag

$$\text{Skalenertrag} = \frac{\partial Y}{\partial \lambda} \quad \text{mit } Y = \underbrace{(\lambda \cdot N_0)^a}_N \cdot \underbrace{(\lambda \cdot K_0)^b}_K$$

$$Y = \lambda^a \cdot N_0^a \cdot \lambda^b \cdot K_0^b$$

$$= \lambda^{a+b} \cdot N_0^a \cdot K_0^b \quad \text{mit } Y_0 = N_0^a \cdot K_0^b = \text{konst.}$$

$$Y = \lambda^{a+b} \cdot Y_0$$

Skalenelastizität

$$\varepsilon_{y,\lambda} = \frac{\partial Y}{\partial \lambda} \cdot \frac{\lambda}{Y} = (a+b) \cdot \lambda^{a+b-1} \cdot Y_0 \cdot \frac{\lambda}{\lambda^{a+b} \cdot Y_0} = a+b$$

Merke:

- Es gilt immer für die Cobb-Douglas-PF, die Skalenelastizität ist immer die Summe der Koeffizienten der Produktionsfunktion.

Gütermarkt

- 1) Güterangebot = Güterproduktion:
- Y^S

$$Y^S = Y$$

- 2) Güternachfrage:
- Y^d

$$Y^d = C^d + I^d + G^d$$

Die Güternachfrage ist Abhängig von dem Konsum der Haushalte, den Unternehmensinvestitionen und den Staatsausgaben und –investitionen.

- a)
- $C^d = C(Y-T)$

Der Konsum der Haushalte hängt vom verfügbaren Einkommen ab. Dies ergibt sich aus dem Einkommen abzüglich der Steuern. Wobei das Steueraufkommen als exogen (konstant für die Berechnung) angesehen wird.

$$C(Y - \bar{T})$$

+

<1

$$\frac{\partial C}{\partial(Y - T)} = \frac{\partial C}{\partial Y^v} = C_{Y-T}$$

Die partielle Ableitung von C nach y ist positiv (+) und kleiner als eins (>1)

$$\text{Marginale Konsumquote: } C_{Y-T} = \frac{\partial C}{\partial(Y - T)} = \frac{\partial C}{\partial Y^v}$$

$$\text{\textcircled{0}-Konsumquote: } \frac{C}{Y - T}$$

Sparsumme, Konsum, Einkommen, Steuern und die Zusammenhänge

1. Keynesianische Betrachtung

$$Y - T = C + S \Rightarrow S = Y - T - C(Y - \bar{T}) = S(Y - \bar{T})$$

Die Ersparnis $S(Y-T)$ und damit der Konsum $C = Y-T-S$ hängt allein vom Einkommen und den Steuern ab.

2. neoklassische Betrachtung

Hier gehen wir davon aus, daß die Ersparnis S vom Zinssatz i abhängt. Weiter ist davon auszugehen, daß wenn i steigt auch $S(i)$ steigt, daraus folgt, $\rightarrow S(i)$

$$S(i)$$

+

$$Y - T = C + S(i) \Rightarrow C = Y - \bar{T} - S(i) = C(Y, \bar{T}, i)$$

1 = vollständig in den Konsum

- = i steigt – C sinkt

+ = i steigt – S steigt

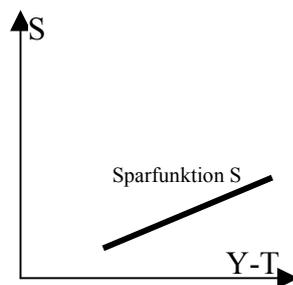
3. graphische Darstellung von S und C

Es sollen nur qualitativ die Kurven eingezeichnet werden. Hierzu müssen wir die Steigungen der Graphen (vereinfacht Geraden) bestimmen.

Wir gehen von der keynesanischen Grundlagen aus:

$$C_{Y-\bar{T}} = \frac{\partial C}{\partial (Y-\bar{T})} = \begin{matrix} > 0 \\ < 1 \end{matrix} \quad \text{und} \quad S_{Y-\bar{T}} = \frac{\partial S}{\partial (Y-\bar{T})} = \begin{matrix} > 0 \\ < 1 \end{matrix}$$

Folgende Bedingung ist immer gegeben: $C_{Y-\bar{T}} + S_{Y-\bar{T}} = 1$

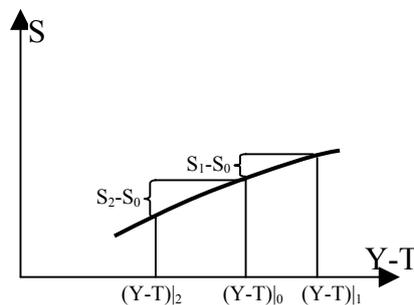


Hinweis:

Die Ermittlung der Sparquote erfolgt empirisch. Aus diesem Grund ist eine Approximation über der Datenbasis hinaus (ermittelten Werte/Punkt wolke) nicht sinnvoll. Der Graph beginnt immer bei $Y-T > 0$ da jede heutige Volkswirtschaft über ein Einkommen verfügt. $Y-T = 0$ ist in der Praxis nicht gegeben → keine empirische Ermittlung möglich bei $Y-T$ nahe 0

Wie verändert sich der Graph:

An der Ordinate ist Y-T abgetragen



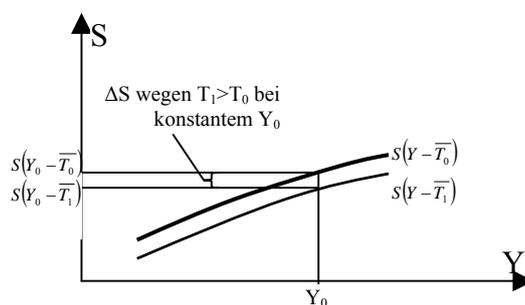
Es werden die Variablen großen der Ordinate verändert.

I. $Y \uparrow ; T = \text{const.} \Rightarrow (Y-T) \uparrow$

II. $Y = \text{const.} ; T \uparrow \Rightarrow (Y-T) \downarrow$

Wir sehen, daß in beiden Fällen die Bewegung auf dem Graphen erfolgt!

An der Ordinate ist Y abgetragen



Es werden die Variablen Größen Y und T variiert.

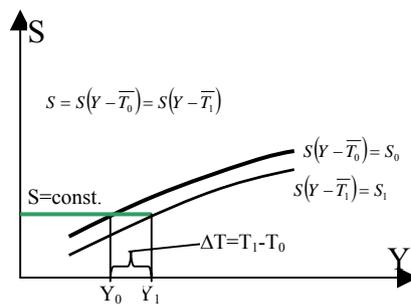
I. $Y \uparrow ; T_0 = \text{const.} \Rightarrow (Y-T) \uparrow$

II. $Y = \text{const.} ; T \uparrow \Rightarrow S(Y-T) \downarrow$

Wir stellen fest:

1. T ist ein Lageparameter
2. wenn 1 gilt ist ein Graph nur dann zeichenbar wenn $T = \text{const}$ ist.
3. Für $T_1 > T_0$ gilt S_2 liegt immer unterhalb von S_0

Bei konstanter Ersparnis



Die Sparquote bleibt konstant.
Es gilt $T_1 > T_0$, die Differenz von der
Schnittpunkte ist gleich der Differenz von T_2
und T_0 .

Umrechnung realer Größen in nominale Größen

nominalen Geldmenge $M \rightarrow \frac{M}{p}$ realen Geldmenge

realer Konsum $C \rightarrow C \cdot p$ nominalen Konsum (p = Preisniveau)

Problem bei Änderungsraten

Real Zins $r = i - \pi$ Nominalzins minus Inflationsrate
(Änderungsrate des Preisniveaus)

Nominal Barwert $B_0 = \frac{B}{1+i}$

Begriffdeutung

- Exogene Variable, sind außerhalb des Modells bestimmt und werden im Modell verwendet.
- Endogene Variable, werden durch das Modell bestimmt und im Modell verwendet.

Hinweis

Bedingung $r = i - \pi$ aus zeitstetiger Betrachtung

- $B^n(t) = B^n(0) \cdot e^{i \cdot t}$
- $B^r(t) = \frac{B^n(t)}{P(t)} = \frac{B^n(t)}{P(0) \cdot e^{\pi \cdot t}} = \frac{B^n(0) \cdot e^{i \cdot t}}{P(0) \cdot e^{\pi \cdot t}} = B^r(0) \cdot e^{(i-\pi) \cdot t} = B^r(0) \cdot e^{r \cdot t}$

Es gilt: $P(t) = P(0) \cdot e^{\pi \cdot t}$ ($\pi \equiv$ Inflationsrate \equiv Wachstumsrate von P)

Bestimmung der Investitionsnachfrage I^d

Q = Gewinn (real)

Nominaler Gewinn $p \cdot Q = p \cdot Y - w \cdot N - i \cdot p \cdot K$

K = Kapitalstock (real)

Der Kapitalstock kann verschieden bewertet werden:

- zu Wiederbeschaffungskosten
- zu Anschaffungskosten
- zum Ertragswert

N = Arbeitsstunden

w = Arbeitslohn (nominal)

N, K werden zu festen Preisen eingekauft, das Unternehmen verhält sich als Mengenanpasser (Synonym auch Preisnehmer)

$$\text{Realer Kapitalstock: } \frac{p \cdot Q}{p} = \frac{p \cdot Y}{p} - \frac{w \cdot N}{p} - \frac{i \cdot p \cdot K}{p} \Rightarrow Q = Y - \frac{w}{p} \cdot N - i \cdot K$$

Um von dem nominalen Kapitalstock zum realen Gewinn zu kommen, werden beide Seiten der Formel mit dem Preisniveau (p) dividiert

Folgende Annahmen werden getroffen :

- Ziel eines jeden Unternehmens ist die Gewinnmaximierung.
- Das Unternehmen ist Mengenanpasser i und p sind gegeben und konstant
- Durch die Produktionsfunktion sind Y , N und K verbunden

$$\text{Daraus folgt: } Q(N, K) = Y(N, K) - \left(\frac{w}{p}\right) \cdot N - i \cdot K$$

Ziel: N und K sind so zu wählen, daß Q maximiert wird.

Hinweis:

Der Kapitalstock ist nur scheinbar eine veränderlich. Da der Kapitalstock (Q) in den letzten 50 Jahren aufgebaut wurde, hat er heute eine Größe erreicht welche nur noch minimal in einer Periode (kurzen Zeit) veränderlich ist.

Es gilt also folgendes, maximiere Q unter Variation von K : $\max_Q (K)$

Bedingung 1. Ordnung:

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = Y_K(\bar{N}, K) - 0 - i = 0$$

$$Y_K(\bar{N}, K) = i$$

Schlussfolgerung:
Wähle den Faktor K so, daß die Grenzproduktivität gleich dem Zinssatz

Es sind nun Bestandsgrößen (K) und Stromgrößen (N) in der Bestimmung des nominalen Gewinns enthalten

Zur Vereinfachung:
Kann man unterstellt, dass neben den Werten i , p , w (Preisnehmer!) auch N exogen (konstant) sei)

$$Y_K(\bar{N}, K) = i$$

–

$$K_{opt} = K_{opt}(i, \bar{N})$$

–

Die Bedingung, daß die partielle Ableitung von Y_K nach K negativ ist, folgt aus der Produktionsfunktion $Y_{KK} < 0$

Hinweis

1. K_{opt} benötigt wird benötigt für die Bestimmung der Investition
2. Die Bedingung $Y_K(\bar{N}, K) = i$ stellt eine implizite Funktionsbeziehung zwischen den 3 Variablen N, K und i her, welche sich explizit nach einer auflösen lässt; z.B. nach K , daraus folgt: $K_{opt} = K_{opt}(i, \bar{N})$

Herleitung der Bestandsgröße I_t

Der Kapitalstock zum Zeitpunkt $t+1$ hängt von dem Kapitalstock zum Zeitpunkt t (Vorperiode) plus der Investitionen der Vorperiode ab. $K_{t+1} = K_t + I_t$

Die Kapitalstockerhöhung ist gleich der Investitionsnachfrage

$$\Delta K_t = K_{t+1} - K_t \Rightarrow \Delta K_t = I_t$$

mit $I^d = K_{opt}(i, \bar{N}) - K_0 = I^d(i, \bar{N}, K_0)$

Wie oben beschreiben, kann der Kapitalstock als konstant (für die gesamtwirtschaftliche Sicht allerdings nicht für das einzelne Unternehmen) angenommen werden ($K_0 = \text{const}$) und das Unternehmen verhält sich als

Mengenanpasser ($N = \text{const}$) somit folgt: $I^d(i)$ Anmerkung: Die

Investitionssumme sinkt mit steigendem Zins.

Es fehlt nun Seite 6 vom 23.10.06

Gütermarkt

$$Y^d = C^d + I^d + G^d$$

$$G^d = \bar{G}$$

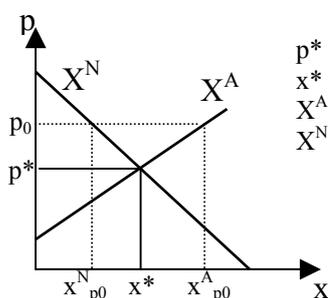
die Staatsausgaben sind exogen, d.h. sie werden außerhalb des Modells bestimmt und sind somit vorgegeben.

Gleichgewicht am Gütermarkt

Gleichgewicht ist ein fester Zustand in dem die (Angebot – und Nachfrage-) Pläne kompatibel sind.

Folgende Punkte sollen für das Gleichgewicht untersucht werden:

1. existiert ein Gleichgewicht
2. Eindeutigkeit des Gleichgewicht (-spunkt)

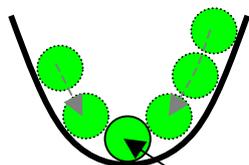


p^* = Gleichgewichtspreis
 x^* = Gleichgewichtsmenge
 X^A = Angebotsmenge
 X^N = Nachfragemenge

- Für p^* existiert ein eindeutiges Marktgleichgewicht.
- Für den p_0 besteht kein Gleichgewicht, da $X^A \neq X^N$

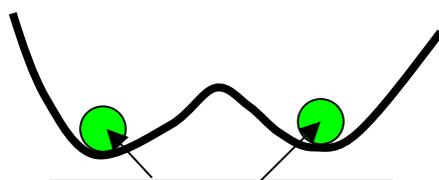
3. Stabilität des Gleichgewicht

i. global



Es kann sich eine Schale vorgestellt werden. Vom Rand der Schale wird eine Kugel gerollt. Die Kugel nimmt eine eindeutige Endlage ein \rightarrow globales Gleichgewicht.

ii. lokal



Die Endlage der Kugel ist nicht eindeutig. Daraus folgt es bestehen zwei möglich Endlagen für die Kugel \rightarrow lokale Stabilität

zwei Gleichgewichtspunkt

Zusammenfassung aus bekanntem

$$Y^d = Y^s$$

$$Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$$

2 exogene Variablen; T und G
2 endogene Variablen; Y und i

IS-Kurve

Beispiel:

$$Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$$

$$100 = 80 + 10 + 10$$

Annahme:
i = 0,04 und Y=100

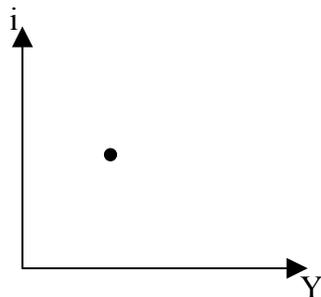
$$Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$$

$$200 = 120 + 70 + 10$$

Es folgt:
i = 0,02* und Y=200

* = partielle Ableitung
von I(i) ist negativ

- a) Es sei nun ein Punkt in einem iY-Koordinatensystem gegeben. Zu ermitteln ist die Steigerung (positiv/negativ) der IS-Kurve.



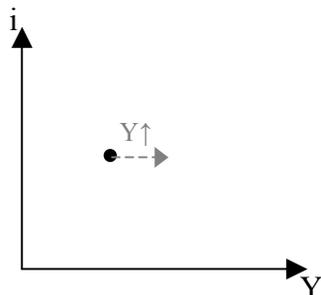
1. Schritt:

Wie verhält sich Y wenn i = const. und Y steigt.

$$Y ? C(\underbrace{Y \uparrow - \bar{T}}_{\substack{+ \\ < 1}}) + I(i = const) + \bar{G}$$

Da die partielle Ableitung von C(Y-T) positiv ist, folgt:

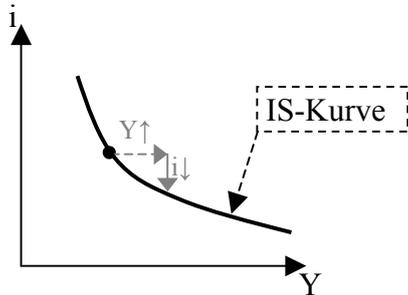
$$Y > C(Y \uparrow - \bar{T}) + I(i = const) + \bar{G}$$



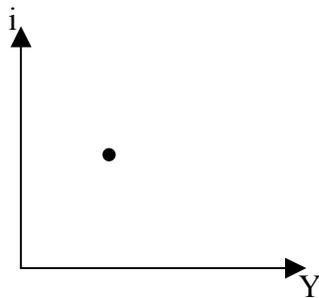
2. Schritt

Wie muß i angepasst werden damit wieder gilt: $Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$

Wir wissen, die partielle Ableitung I_i ist negativ $I(i)$, daraus folgt i muß sinken damit die Gleichung wieder erfüllt ist.



b) Ermittlung der Steigerung der IS-Kurve auf eine andere Art:



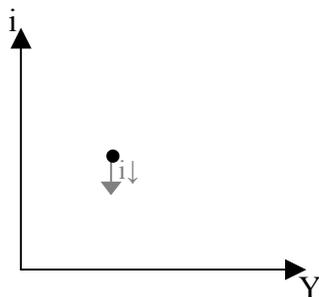
1. Schritt:

Wie verhält sich Y wenn i sinkt und Y zunächst konstant ist.

$$Y ? C(\underbrace{Y = \text{const}} - \bar{T}) + I(i \downarrow) + \bar{G}$$

Da die partielle Ableitung von $I(i)$ ist negativ, folgt:

$$Y < C(Y = \text{const} - \bar{T}) + I(i \downarrow) + \bar{G}$$

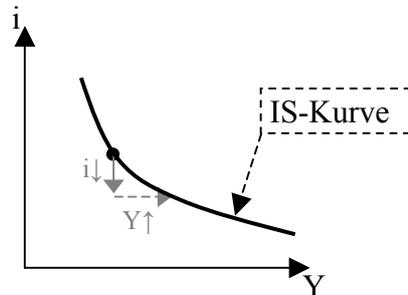


3. Schritt:

Wie muß sich Y verhalten damit die Gleichung $Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$ wieder erfüllt wird?

Erster Erklärungsansatz

Y muß steigen, es steigt dann auch der Konsum C auf der rechten Seite, allerdings gilt: $C_{Y-\bar{T}} < 1$. Somit steigt die linke Seite mehr als die Rechte.



Zweiter Erklärungsansatz

$$Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$$

$$Y^s = Y^d$$

$$\underbrace{Y - T - C(Y - T)}_{S(Y - T)} = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$$

Wir wissen nun, daß $Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$ in $S(Y - T) = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$ umformen können.

Auf der rechten Seite der Gleichung sind die exogenen/konstanten Variablen G und T . Diese sind Lageparameter

Lageparameter bedeutet, eine Änderung dieser folgt eine Lageänderung (meist Verschiebung, aber auch Drehung möglich) der Kurve.

Betrachtung der linken Seite der Gleichung $S(Y-T) = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$

Wir bilden das totale Differenzial: $=1$

$$S_Y = \frac{\partial S(Y-T)}{\partial Y} = \frac{\partial S}{\partial(Y-T)} \cdot \frac{\partial(Y-T)}{\partial Y}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial S(Y-T)}{\partial Y} = \frac{\partial S}{\partial(Y-T)}$$

$$\Rightarrow S_Y = S_{Y-T}$$

Totales Differenzial der linken Seite

$$S_{Y-\bar{T}} \cdot dY$$

$$\Rightarrow S_{Y-\bar{T}} \cdot dY$$

Betrachtung der rechten Seite

Ableitung nach Y $\Rightarrow 0$

Ableitung nach i $\Rightarrow I_i \cdot di$

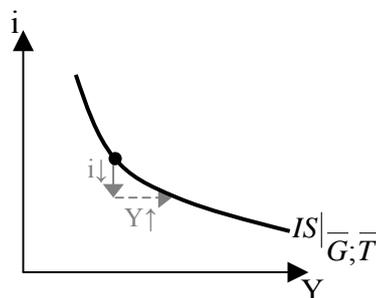
Kombination der rechten und linken Seite

$$S_{Y-\bar{T}} \cdot dY = I_i \cdot di$$

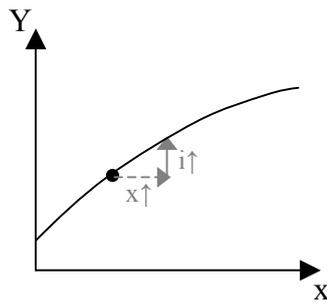
$$\frac{di}{dY} = \frac{S_{Y-\bar{T}}}{I_i} = \frac{+}{-} \Rightarrow < 0$$

Ergebnis:

Wir haben herausgefunden, wie sich i ändert wenn sich Y verändert damit ein Gleichgewicht besteht. Wir wissen, daß die die neuen Werte für i und Y sicher auf der IS-Kurve liegen.



Allgemeines Beispiel:



$$\text{Geg: } f(x, \bar{a}, \bar{b}) = g(Y, \bar{a}, \bar{c})$$

Logische Herleitung des Verhaltens des Graphen:

Mit der Annahme: $x \uparrow \Rightarrow f \uparrow$

Die Gleichgewichtsbedingung gilt $\Rightarrow g \uparrow$

Rechnerische Lösung

$$f(x, \bar{a}, \bar{b}) = g(Y, \bar{a}, \bar{c})$$

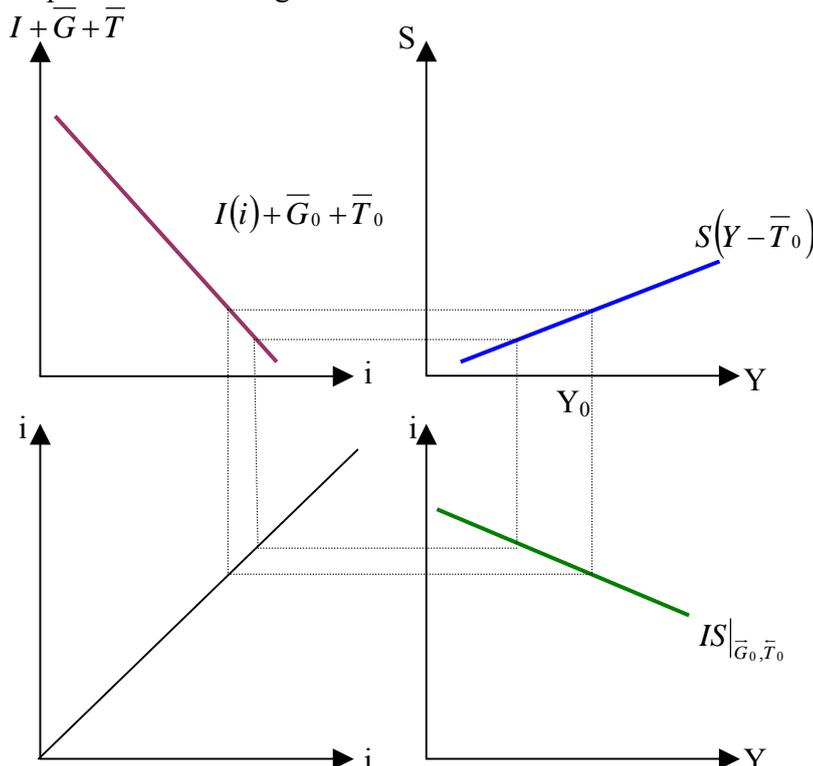
Es wird das totale Differenzial gebildet. Es werden allerdings nur die veränderlichen Variablen betrachtet $\rightarrow x$ und Y

Es wird nun jede Seite für sich betrachtet:

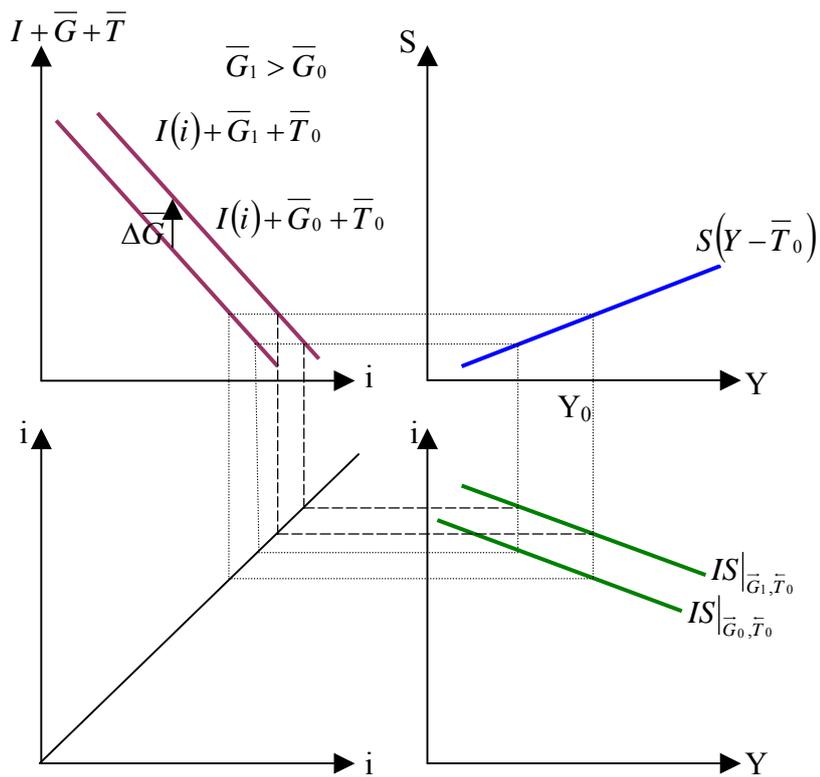
- linke Seite: $f_x \cdot dx$
- rechte Seite: $g_Y \cdot dY$

aus $\frac{dy}{dx}$ folgt: $\frac{dy}{dx} = \frac{f_x}{g_Y} = \frac{+}{+} > 0 \Rightarrow$ Steigung ist positiv

4. Graphische Herleitung der IS-Kurve



Welche Auswirkung hat eine Erhöhung der Staatsausgaben G



a. Staatsausgaben

$$G^d = \bar{G} \quad \rightarrow G \text{ ist eine exogene Variable}$$

Gleichgewicht:

- 1) existiert ein Gleichgewicht ?
- 2) Eindeutigkeit
 - a. Lokal
 - b. Global
- 3) Stabilität

Güterangebot = Güternachfrage

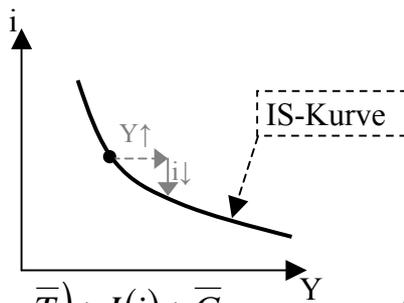
$$Y^s = Y^d$$

$$Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$$

2 exogene Variablen (T,G)

2 endogene Variablen (Y,i)

Gleichgewichtskurve (IS-Kurve)



$$Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$$

/es werden beide Seiten um $-\bar{T}$ erweitert

$$\underbrace{Y - \bar{T} - C(Y - \bar{T})}_{S(Y - \bar{T})} = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$$

$$S(Y - \bar{T}) = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$$

$S(Y - \bar{T}) = \text{nicht Konsum der Haushalte}$

Es fehlt Seite 4 Rechnerische Herleitung und Aufgabe 2001 September Aufgabe 2/3

Geldmarkt

Funktionen des Geldes:

- 1) Transaktionsmittel
- 2) Wertaufbewahrungsmittel

Geldmengen-Gleichgewicht

Begriffserläuterung

- Transaktionskasse M_T : Geld für Einkäufe
- Spekulationskasse M_S : Bargeld
 - o Abhängig von:
 - Zinsniveau i und
 - dem erwarteten Zins i_e bei die Wertpapier-Anlage

Gleichgewichtesbedingung

$$M^s = M^d$$

folgende Bedingungen gelten:

$$1) M^s = \bar{M}$$

$$2) M^d = M_T^d + M_S^d$$

$$\text{mit } M_T^d = h \cdot Y \cdot P \text{ (Transaktionskasse)}$$

h = Kassenhaltungskoeffizient = konstant

Individuelle Anlageentscheidung

Betrachtung der Spekulationskasse

Ertrag (Zins): 0

Betrachtung des Wertpapiers (WP)

$$\text{Kaufpreis: } \frac{1}{i} \text{ €}$$

Ertrag (Zins): 1€ pro Periode

Zinsänderung in der Periode

- Kursgewinn – oder Kursverlust
- Zum Zinsertrag kommt noch der zu erwartende Kursgewinn/-verlust

$$\Rightarrow \text{Ertrag: Zins} \left(\frac{i}{i_e} - \frac{1}{i} \right) \text{ erwarteter Kursgewinn}$$

Entscheidungsverhalten:

- o Wenn erwarteter Kursverlust > Zins → Spekulationskasse
- o Wenn erwarteter Kursverlust < Zins → Wertpapierhaltung

Merke:

Es gibt nur eine Notenbank, diese legt exogen die Geldmenge fest und es gibt keine Inflation: $M^s = \bar{M}$

Das Vermögen kann nur in

- Bargeld oder
- Wertpapieren

gehalten werden.

Eine Mischung aus Wertpapieren und Spekulationskasse ist für den einzelnen Haushalt nicht möglich.

Es gibt nur eine Art Wertpapier (WP). Der Besitzer des WP bekommt 1€/Jahr Dividende pro WP-Einheit. Die Laufzeit des WP ist unendlich und das WP hat einen Zinssatz von i .

Der Marktwert des WP ist $\frac{1}{i}$ €
(ewige Rente).

Es soll gelten:

$$V = M + WP$$

V= Gesamt Vermögen
M = ???
WP = Wertpapierhaltung

⇒ nur Gütermarkt
Arbeitsmarkt
Geldmarkt

⇒ **wenn Geldmarkt im Gleichgewicht,
folgt automatisch Wertpapiermarkt im Gleichgewicht**

Entscheidungsverhalten

i	$>$	$\frac{1}{i_e} + 1$	Gesamtes Vermögen in Wertpapiere
	$=$		Indifferent
	$<$		Gesamtes Vermögen in Spekulationskasse

'Anlage im
Geldhandel

Anlage in
Wertpapiere

i_e = erwarteter Zins am Periodenende

Es wird nun die obere Bedingung nach dem kritischen Zins umgeformt. Für die Umformung wird die Gleichheitsbedingung angenommen, wobei nachher wieder in bekannter Form die Darstellung erfolgt.

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{i_e} + 1$$

$$i_e \cdot \left(\frac{1}{i}\right) = i_e \cdot \left(\frac{1}{i_e} + 1\right) \Rightarrow \frac{i_e}{i} = 1 + i_e$$

$$i_e = i + i_e \cdot i$$

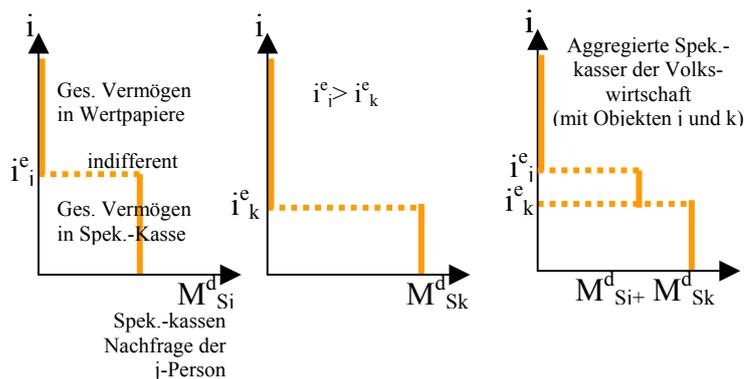
$$i_e = i \cdot (i_e + 1)$$

$$i = \frac{i_e}{i_e + 1}$$

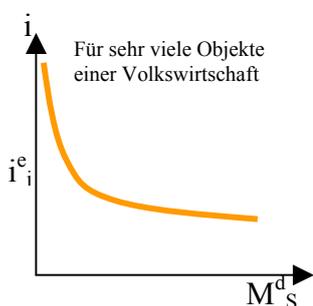
kritischer Zins i :

i	$>$	$\frac{i_e}{(i_e + 1)}$	Gesamtes Vermögen in Wertpapiere
	$=$		Indifferent
	$<$		Gesamtes Vermögen in Spekulationskasse

Betrachtung einzelner Individuen



Aggregatikon der Spekulationskasse-Nachfrage einer Volkswirtschaft mit sehr vielen Objekten



Aggregatikon Spekulationskasse-Nachfrage

$$M^d_S = m(i) \cdot V$$

V = Gesamtvermögen der Volkswirtschaft

$m(i)$ = Anteil des Gesamtvermögen für Spekulationszwecke

M^d = nominale Geldnachfrage

mit: $M^d_T = h \cdot Y \cdot P$ und $M^d_{ges} = M^d_T + M^d_S$

folgt:
$$M^d_{ges} = h \cdot Y \cdot P + m(i) \cdot V = P \cdot \left(h \cdot Y + m(i) \cdot \frac{V}{P} \right)$$

$$M^d_{ges} = P \cdot L \left(Y, i, \frac{V}{P} \right) \text{ da das Volksvermögen nahezu konstant ist folgt}$$

$$M^d_{ges} = P \cdot L(Y, i)$$

Liquiditätspräferenz ist
$$M^d = P \cdot L(Y, i)$$

Gleichgewicht am Geldmarkt

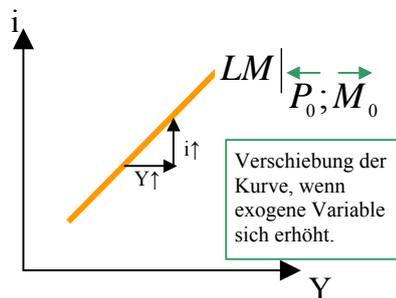
$$M^S = M^d$$

$$\Rightarrow \bar{M} = P \cdot L(Y, i)$$

P = Preisniveau, wird i.d.R. konstant gehalten
Klausurrelevanz mittel

Wie Wertpapiere in den Umlauf kommen:
- Private investieren in Unternehmen
- ...

Geld-Markt

Geldmarkt-Gleichgewicht: $\bar{M} = P \cdot L(Y, i)$ 

Merke:

Die LM-Kurve repräsentiert die Zustände in welcher der Geldmarkt, also die Geldnachfrage und das Geldangebot im Gleichgewicht sich befinden.

Berechnung der Steigung der LM-Kurve

Es wird das Totalen Differenzial nach di und dY gebildet

$$0 = \underbrace{P_0 \cdot L_Y \cdot dY}_{>0} + \underbrace{P_0 \cdot L_i \cdot di}_{<0} > 0$$

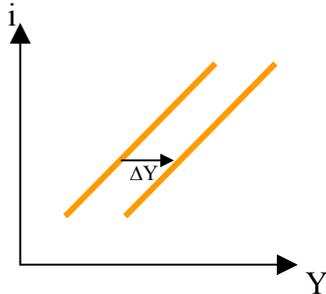
$$-P_0 \cdot L_i \cdot di = P_0 \cdot L_Y \cdot dY \Rightarrow -L_i \cdot di = L_Y \cdot dY$$

$$\frac{di}{dY} \Big|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_i} \Rightarrow 0$$

Verhalten der Lageparameter

$$\bar{M} = P \cdot L(Y, i)$$

Veränderung des Einkommens Y



Für $i = \text{konstant}$
 $\bar{M} \uparrow = P_0 \cdot \uparrow L(Y \uparrow, i)$

wenn **M steigt** entsteht ein Ungleichgewicht um dieses auszugleichen muß die rechte Gleichungsseite steigen. Wenn **i konstant** ist folgt muß **Y steigen**, da die partielle Ableitung L_Y positiv ist.

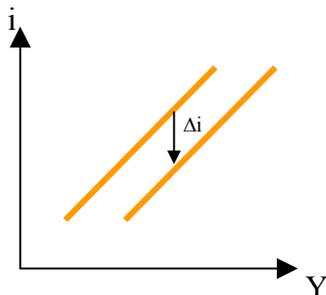
Berechnung der Verschiebung der IS-Kurve

Totales Differenzial nach M und Y

$$1 \cdot d\bar{M} = P_0 \cdot L_Y \cdot dY$$

$$dY = \frac{1}{P_0 \cdot L_Y} \cdot d\bar{M} > 0 \quad \text{für } d\bar{M} > 0$$

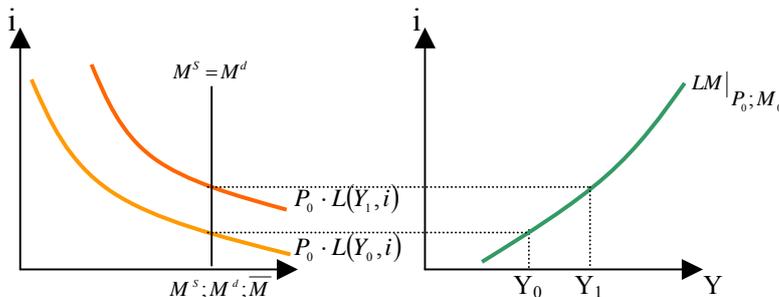
Veränderung des Zinses i



Für $Y = \text{konstant}$
 $M \uparrow = P_0 \cdot \uparrow L(Y, i \downarrow)$

wenn **M steigt** entsteht ein Ungleichgewicht um dieses auszugleichen muß die rechte Gleichungsseite steigen. Wenn **Y konstant** ist folgt muß **i sinken**, da die partielle Ableitung L_i negativ ist.

Graphische Lösung



Wiederholung zum Geldmarkt:**Gleichgewichtsbedingung**

$$\begin{aligned} \bar{M}^s &= M^d \\ \bar{M} &= P \cdot L(Y, i) \end{aligned}$$

Gesucht ist die Steigung der LM-Kurve

Wir bilden das Totaledifferenzial (nach den Variablen welche an den Achsen stehen)

$$\left. \frac{di}{dY} \right|_{LM} = - \frac{L_Y}{L_i} = - \frac{+}{-} > 0$$

Wir wollen nun untersuchen, wie sich Y verhält wenn M sich verändert.

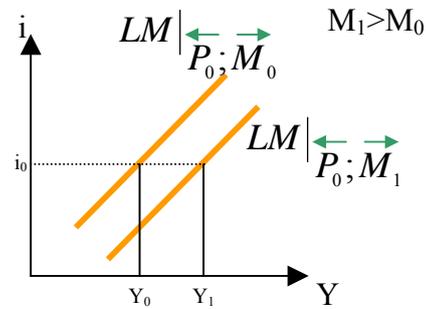
Lösung: Wir bilden das Totaledifferenzial nach M und $Y \rightarrow$ oohh Wunder ohhh Wunder ☺.

$$\bar{M} = P \cdot L(Y, i)$$

$$1 \cdot d\bar{M} = P \cdot L_Y \cdot dY$$

$$\Rightarrow dY = \left(\frac{1}{P \cdot L_Y} \right) \cdot d\bar{M} > 0$$

Merke:
LM-Kurve ist immer steigend, außer bei der Liquiditätsfalle da ist es eine Horizontale.



Güter- und Geldmarkt

Bekannte Bedingungen:

$$\begin{aligned} \text{Gütermarkt: } Y &= C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G} \\ S(Y - T) &= I(i) + \bar{G} - \bar{T} \end{aligned}$$

$$\text{Geldmarkt: } \bar{M} = P \cdot L(Y, i)$$

Vorgehen:

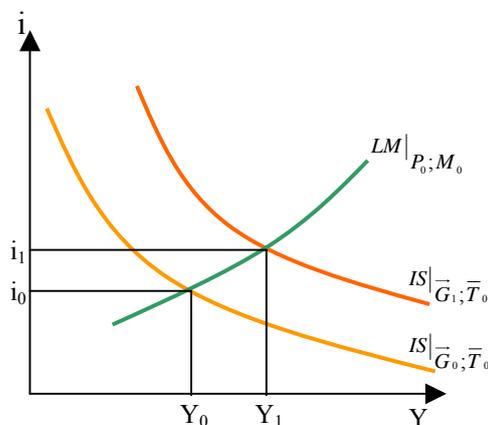
1. Prüfung welche Variablen sind endogen und welche exogen
T, G, M sind exogen und
Y, i, P sind endogen
2. Es sind mehr endogene Variablen vorhanden als Bedingungen.
3. Da das Preisniveau konstant betrachtet werden kann
→ P = konstant → kann als exogen angesehen werden.
Somit hinreichende Bedingung (s. Kasten) erfüllt.

Merke: (notwendige Bedingung)

Die Ermittlung des Gleichgewichtspunktes, erfordert immer mindestens so viele Bedingungen (Gleichungen) wie endogene Variablen in den Bedingungen enthalten sind.

Mit der Gleichheit Anzahl endogener Variablen und Bedingungen ist allerdings noch nicht sichergestellt, daß das Gleichungssystem lösbar ist, bzw. eine eindeutige Lösung besteht

Graphische Ermittlung des Gleichgewichtspunkt:



Kooperative Analyse:

Was passiert wenn G steigt,
wie muß sich Y verhalten?
 Y_0 steigt auf Y_1 und i_0 steigt
auf i_1 .

Herleitung der Rechnerischen Lösung

Wir nehmen an, es besteht ein Gleichgewichtsbedingung mit $f(x, \alpha_1, \alpha_2) = 0$

Wir wollen nun x ermitteln für den Gleichgewichtspunkt: $x^* = x^*(\alpha_1, \alpha_2)$

Wie verändert sich x wenn sich α_1 verändert.

Lösung: Multiplikatoranalyse

→ Totalesdifferenzial nach x und α_1

$$f_x \cdot dx + f_{\alpha_1} \cdot d\bar{\alpha}_1 = 0$$

$$f_x \cdot dx = -f_{\alpha_1} \cdot d\bar{\alpha}_1$$

$$\frac{dx}{d\alpha_1} = -\frac{f_{\alpha_1}}{f_x} = -\frac{+}{+} < 0$$

$$\Rightarrow x^* = x^*(\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2)$$

Wir wissen aus der Anfangsbedingung, daß f nach dx positiv ist und f nach $d\alpha_1$ ebenfalls positiv ist. Somit muß das Totalesdifferenzial nach dx und $d\alpha_1$ negativ sein, da das Vorzeichen vor dem Bruch negativ ist.

Rechnerische Lösung

Fragestellung:

Wie wirkt eine exogene Veränderung (z.B. der Staatsausgaben G) auf die endogenen Variablen.

Lösungsweg:

Totalesdifferenzial nach Y , i und G

für Gütermarkt: $1 \cdot dY = C_{Y-\bar{T}} \cdot dY + I_i \cdot di + 1 \cdot d\bar{G}$

für Geldmarkt: $0 = P \cdot L_i \cdot di + P \cdot L_Y \cdot dY$

Cramerisches Lösungsverfahren

$$(1 - C_{Y-\bar{T}}) \cdot dY - I_i \cdot di = d\bar{G}$$

$$L_Y \cdot dY + L_i \cdot di = 0$$

obige Gleichung in ein Matrizen umformen:

$$\begin{pmatrix} 1 - C_{Y-\bar{T}} & -I_i \\ L_Y & L_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dY \\ di \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot d\bar{G}$$

$$\frac{dY}{d\bar{G}} = \frac{\det \begin{pmatrix} 1 & -I_i \\ 0 & L_i \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} 1 - C_{Y-\bar{T}} & -I_i \\ L_Y & L_i \end{pmatrix}} = \frac{1 \cdot L_i - (0 \cdot -I_i)}{(1 - C_{Y-\bar{T}}) \cdot L_i - L_Y \cdot (-I_i)} = \frac{(-)}{(+ \cdot (-) + (+) \cdot (-)} = \frac{(-)}{(-)} > 0$$

Merke:

Es wird immer nach **allen endogenen Variablen** und der veränderten exogenen Variablen abgeleitet.

Arbeitsmarkt

Gleichgewichtsbedingung

$$N^S = N^d$$

Keynsianischer Ansatz

$$N^S = \bar{N}^S$$

Es wird bei diesem Ansatz davon ausgegangen, daß die Angebot der Haushalte exogen vorgegeben werden kann. Darüber hinaus ist zwingend, für die Anwendung dieses Modellansatzes, daß ausschließlich konjunkturelle Arbeitslosigkeit vorliegt.

Definition:

Die Arbeitsnachfrage ist die Nachfrage von Unternehmen nach dem Faktor Arbeit.

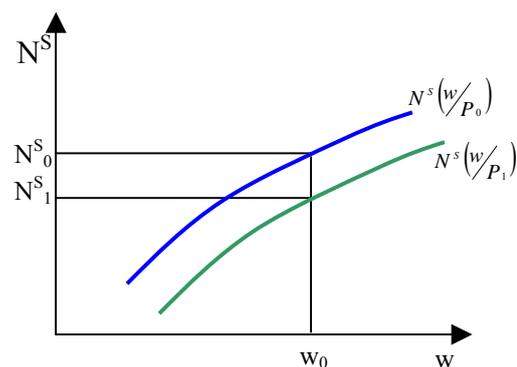
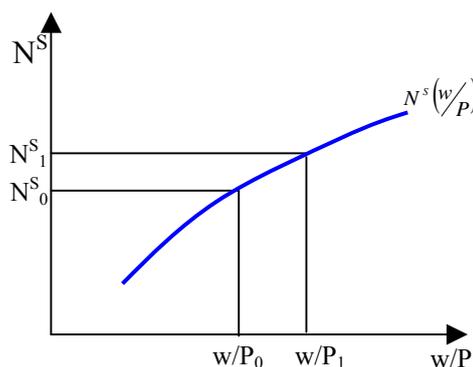
Neoklassischer Ansatz

$$1. \quad N^S = N^S(w) \leftarrow \text{nominal Lohnsatz (=Nominallohn)}$$

Es wird unterstellt, daß die Arbeitsnachfrage abhängig vom nominal Lohn ist. Der Betrachter hat allerdings hier das Problem der Geldillusion. Das Preisniveau bleibt außeracht, d.h. es wird außeracht gelassen, daß die Wohnung in einer Großstadt (München) mehr kostet als auf dem Land (Buxtehude). Das Preisniveau bleibt außer acht!

$$2. \quad N^S = N^S\left(\frac{w}{P}\right) \leftarrow \text{Reallohn}$$

Durch das Einbeziehen des Preisniveaus wird die Arbeitsnachfrage abhängig vom real Lohn betrachtet. Abszisse
Im weiteren werden wir diesen Ansatz betrachten.



Erkenntnis die Änderung des Reallohns $\Delta\left(\frac{w}{P}\right)$, führt zu einer Bewegung auf dem Graphen. Dies folgt, da der real Lohn auf der Abszisse (X-Achse) abgetragen ist.

Erkenntnis die Änderung des Preisniveaus P , für zu einem neuen Graphen für P_1 . Der neue Graph ist rechts, wenn $P_1 > P_0$. Dies folgt, da der nominal Lohn auf der Abszisse (X-Achse) abgetragen ist.

Betrachtung des Neoklassischen Ansatzes

Gewinnfunktion

$$Q = Y(N, \bar{K}) - \frac{w}{p} \cdot N - i \cdot \bar{K}$$

Es soll der Gewinn maximiert werden, durch Optimierung (Maximierung) des Faktors Arbeit

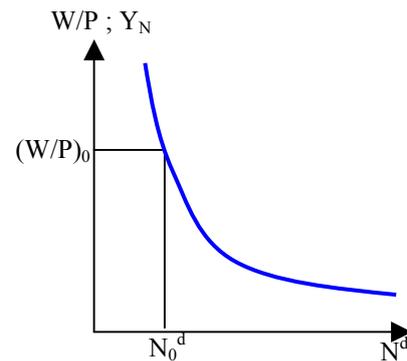
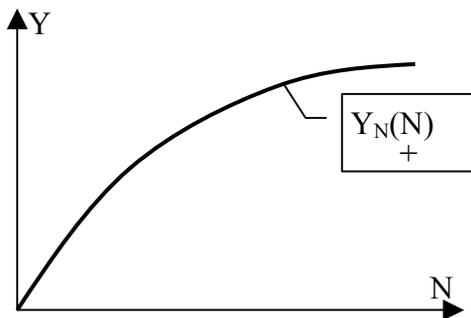
Bedingung: $Q_N = 0$

$$Y_N(N, \bar{K}) - \frac{w}{p} = 0$$

$$Y_N(N, \bar{K}) = \frac{w}{p}$$

$$\Rightarrow N^d = N^d\left(\frac{w}{p}, \bar{K}\right)$$

Wir betrachten ein einzelnes Unternehmen, das sich als Mengenanpasser auf der Angebot- und Nachfrageseite verhält. Daraus folgt, er kann keinen Einfluß auf die Preise für den Einkauf von Faktoren und den Verkaufspreisen seiner Produkte ausüben. Die Preise werden als konstant (für das einzelne Unternehmen) betrachtet.



Wie verhält sich die Arbeitsnachfrage, wenn sich $\frac{w}{p}$ verändert?

Wir bilden das Totaledifferenzial nach N und $\frac{w}{p}$

$$Y_N(N, \bar{K}) = \frac{w}{p}$$

$$Y_{NN} \cdot dN = 1 \cdot d\frac{w}{p}$$

$$\frac{dN}{d\frac{w}{p}} = \frac{1}{Y_{NN}} = \frac{1}{-} < 0$$

Wir wollen nun die Lösung nach der Änderung der Arbeitsnachfrage bei Veränderung von $\frac{w}{P}$ unter Berücksichtigung einer konkreten Produktionsfunktion ermitteln. Die Produktionsfunktion soll gegeben sein durch: $Y = N^a \cdot K^b$ mit $0 < a, b < 1$

Wir ermitteln zu erst einmal die Arbeitsnachfrage aus der Gewinnfunktion in Abhängigkeit von $\frac{w}{P}$.

$$Q = N^a \cdot K^b - \frac{w}{P} \cdot N - i \cdot \bar{K}$$

$$Q_N = a \cdot N^{a-1} \cdot K^b - \frac{w}{P} = 0$$

$$N^{a-1} = \frac{\frac{w}{P}}{a \cdot K^b}$$

$$N = \left(\frac{\frac{w}{P}}{a \cdot K^b} \right)^{\frac{1}{a-1}} = \frac{\frac{w^{\left(\frac{1}{a-1}\right)}}{P}}{\left(a \cdot K^b\right)^{\frac{1}{a-1}}} = \left(\frac{\frac{w}{P}}{a \cdot K^b} \right)^{\frac{1}{1-a}} = \left(\frac{a \cdot K^b}{\frac{w}{P}} \right)^{\frac{1}{1-a}}$$

Nun haben wir die Arbeitsnachfrage ermittelt, nun bilden wir die partielle Ableitung nach $\frac{w}{P}$, da wir wissen wollen wie sich die Arbeitsnachfrage in Abhängigkeit des real Lohns verhält.

Wir verwenden folgende Gleichung: $N^d = \frac{\frac{w^{\left(\frac{1}{a-1}\right)}}{P}}{\left(a \cdot K^b\right)^{\frac{1}{a-1}}}$

$$\frac{\partial N^d}{\partial \frac{w}{P}} = \frac{\left(\frac{1}{a-1}\right) \cdot \left(\frac{w}{P}\right)^{\frac{1}{a-1}-1}}{\left(a \cdot K^b\right)^{\frac{1}{a-1}}} = \left(\frac{1}{a-1}\right) \cdot \frac{\left(\frac{w}{P}\right)^{\frac{1}{a-1}-1}}{\left(a \cdot K^b\right)^{\frac{1}{a-1}}} = - \cdot \frac{+}{+} < 0$$

$$\frac{\partial N^d}{\partial \frac{w}{P}} < 0$$

Als Beweis daß unsere Lösung von oben mit der eben ermittelten Lösung für $\frac{dN}{d\frac{w}{P}}$

übereinstimmt ist einfach Y_{NN} für die Lösung $\frac{dN}{d\frac{w}{P}} = \frac{1}{Y_{NN}}$ zu bestimmen.

Grundlegende Überlegung

1. $Y_N = a \cdot N^{a-1} \cdot K^b$
2. $Y_N = \frac{w}{P}$
3. $Y_{NN} = a \cdot (a-1) \cdot N^{a-2} \cdot K^b$
4. $N = \left(\frac{a \cdot K^b}{w/P} \right)^{\frac{1}{1-a}}$

Beweis

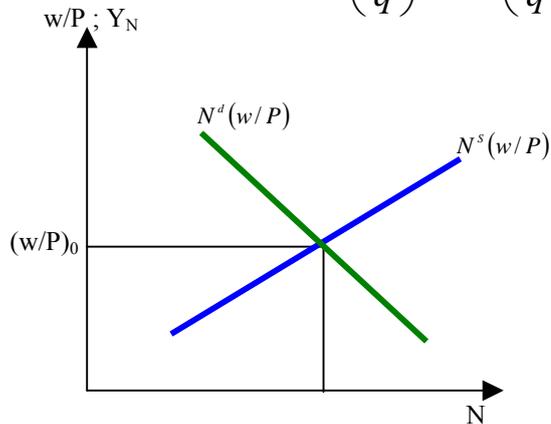
$$\begin{aligned}
 \frac{dN}{d\left(\frac{w}{P}\right)} &= \frac{1}{Y_{NN}} = \frac{1}{a \cdot (a-1) \cdot N^{a-2} \cdot K^b} = \frac{1}{a \cdot (a-1) \cdot \frac{N^{a-1} \cdot K^b}{N}} = \frac{N}{(a-1) \cdot a \cdot N^{a-1} \cdot K^b} \\
 &= \frac{N}{(a-1) \cdot Y_N} \\
 &= \frac{\left(\frac{a \cdot K^b}{w/P}\right)^{\frac{1}{1-a}}}{(a-1) \cdot Y_N} = \frac{\left(\frac{w/P}{a \cdot K^b}\right)^{\frac{1}{a-1}}}{(a-1) \cdot Y_N} \\
 &= \frac{\left(\frac{w}{P}\right)^{\frac{1}{a-1}}}{(a-1) \cdot (a \cdot K^b)^{\frac{1}{a-1}} \cdot Y_N} = \frac{\left(\frac{w}{P}\right)^{\frac{1}{a-1}}}{(a-1) \cdot (a \cdot K^b)^{\frac{1}{a-1}} \cdot w/P} = \frac{\left(\frac{w}{P}\right)^{\frac{1}{a-1}} \cdot \left(\frac{w}{P}\right)^{-1}}{(a-1) \cdot (a \cdot K^b)^{\frac{1}{a-1}}} \\
 &= \frac{\left(\frac{w}{P}\right)^{\frac{1}{a-1}-1}}{(a-1) \cdot (a \cdot K^b)^{\frac{1}{a-1}}} = \frac{1}{(a-1)} \cdot \frac{\left(\frac{w}{P}\right)^{\frac{1}{a-1}-1}}{(a \cdot K^b)^{\frac{1}{a-1}}} < 0
 \end{aligned}$$

Gleichgewicht am Arbeitsmarkt

$$N^S = N^d$$

1. Neoklassischer Ansatz

$$N^S \left(\frac{w}{q} \right) = N^d \left(\frac{w}{q} \right)$$



Hinweis:

Ein Gleichgewicht ist ein Punkt welcher bestehen bleibt. Es muss nicht zwangsweise der Schnittpunkt zweier geraden sein. Siehe keynsianisches Modell.

Merke

Für die neoklassische Annahme gilt: Jede Preisänderung wird durch eine proportionale Änderung des Arbeitslohnes wieder in ein Gleichgewicht geführt
→ Räumung des Arbeitsmarktes.

$\left(\frac{w}{q} \right)_0$ in N^d einsetzen, es folgt: $N^* = N^d \left(\frac{w}{q} \right)^*$ oder

$\left(\frac{w}{q} \right)_0$ in N^s einsetzen, es folgt: $N^* = N^s \left(\frac{w}{q} \right)^*$

Bedeutung:

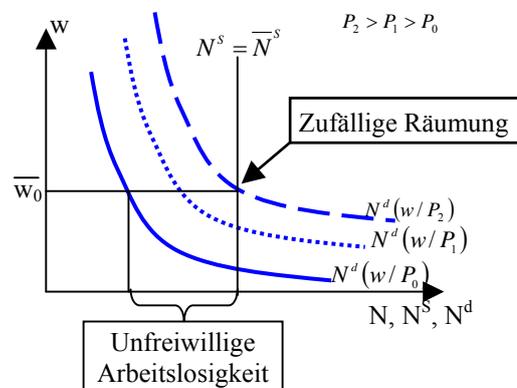
Bei gegebenem Preisniveau, findet sich ein (real) Lohn bei welchem der Arbeitsmarkt geräumt ist; d.h. keine unfreiwillige Arbeitslosigkeit.

2. Keynesianisch Ansatz

Gleichgewichtsbedingung:

$$N^S = N^d$$

$$\text{mit } N^S = \bar{N}^S$$



$$N^d = \min(N^S, N^d)$$

$$N^S = \bar{N}^S$$

Bestimmung von N^d

$$\bar{w} = P \cdot Y_N(N^d, \bar{K})$$

Es gilt: Die kürzere Marktseite entscheidet.

Endogen: $\frac{w}{P} = Y_N(N, K)$ w selbst exogen sein

Annahme:

Der Lohn ist exogen, wird also außerhalb des Systems bestimmt (z.B. von Gewerkschaften).

Hinweis:

Im für den Lohn w_0 liegt Unterbeschäftigung vor.

Merke:

Beim keynesianischen Ansatz ist die Räumung Arbeitsmarktes zufällig.

Es gibt kein Mechanismus welcher den Markt selbständig in Gleichgewicht führt.

Merke:

Es wird das Rezept der Nachfragesteuerung (Staatsausgaben, Fiskalpolitik, Steuerpolitik) verfolgt.

Merke:

Grundgedanke ist, es liegt eine konjunkturelle Arbeitslosigkeit vor. Durch Erhöhung der Nachfrage (z.B. Staatsausgaben) wird dieser Nachfragemangel behoben.

Wiederholung:

Arbeitsmarkt:

Merke
Für die neoklassische Annahme gilt:
Jede Preisänderung wird durch eine proportionale Änderung des Arbeitslohnes wieder in ein Gleichgewicht geführt
→ Räumung des Arbeitsmarktes.

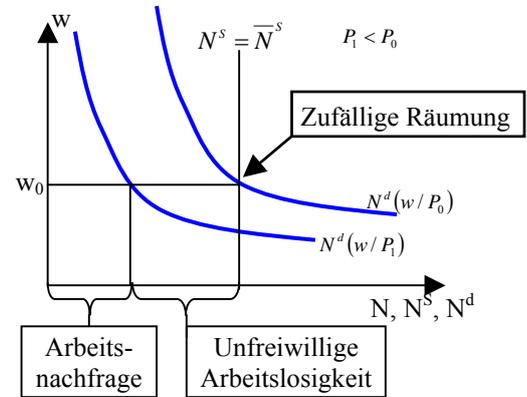
$$N^S = N^d$$

für N^S gilt:

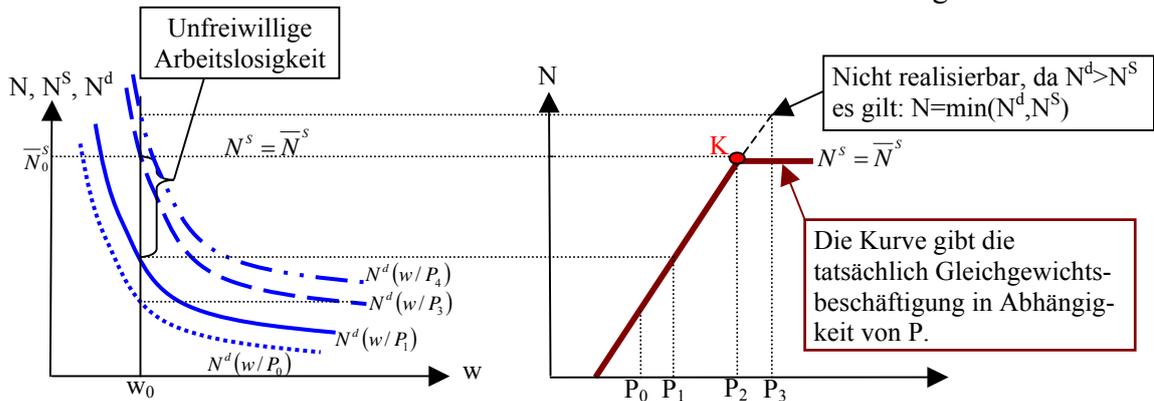
- $N^S = \bar{N}^S$ (keynsianisch)
- $N^S \left(\frac{w}{q} \right) = N^d \left(\frac{w}{q} \right)$ (neoklassisch)

für N^d gilt:

$$- Y_N(N, \bar{K}) = \frac{w}{q} \Rightarrow N^d = N^d \left(\frac{w}{q}, \bar{K} \right)$$



Arbeitseinsatz bei Maximierung des Gewinns
Der Zinssatz i hat keinen Einfluss auf die Maximierung



Gleichgewicht = Markträumung bei w_0 (zufälliger Zustand)

Knickpunkt (K) liegt dort wo der Arbeitslohn w den neoklassischen Modell gleich ist.

Keynsanisches Totalmodell**Folgende Bedingungen gelten:****Gütermarkt**

$$S(Y - T) = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$$

$$\text{Äquivalente Angabe: } Y = C(Y - \bar{T}) + I(i) + \bar{G}$$

Geldmarkt

$$\bar{M} = P \cdot L(Y, i)$$

Produktionsfunktion

$$Y = Y(N, K)$$

$$\text{Äquivalente Angabe durch Faktorverbrauchsfunction: } N = N(Y, \bar{K})$$

Preissetzungsfunktion

$$P = \frac{\bar{w}}{Y_N(N, \bar{K})}$$

Umgeformte Angaben:

$$\frac{\bar{w}}{P} = Y_N(N, \bar{K}) \text{ oder}$$

$$\bar{w} = P \cdot Y_N(N, \bar{K})$$

Merke:

Für die AD-Kurve wird die Gütermarkt- und die Geldmarkt-funktion benötigt

Für die AS-Kurve wird die Produktions- und Preissetzungsfunktion benötigt

Prüfung der Lösbarkeit der durch gegebene Gleichungen

- exogene Variablen: $\bar{G}, \bar{T}, \bar{M}, \bar{w}, \bar{K}$

Durch die exogenen Variablen können folgende Politikstiele erfolgen

- o G, T – Fiskalpolitik (Staat)
- o W – Lohnpolitik (Gewerkschaften)
- o K – Zinspolitik (Notenbank)
- o M – Geldpolitik (Notenbank)
- endogene Variablen: Y, i, N, P

Frage:

Wie verhält sich die Preisabsatzfunktion wenn sich die Arbeitsnachfrage N verändert?

Lösung:

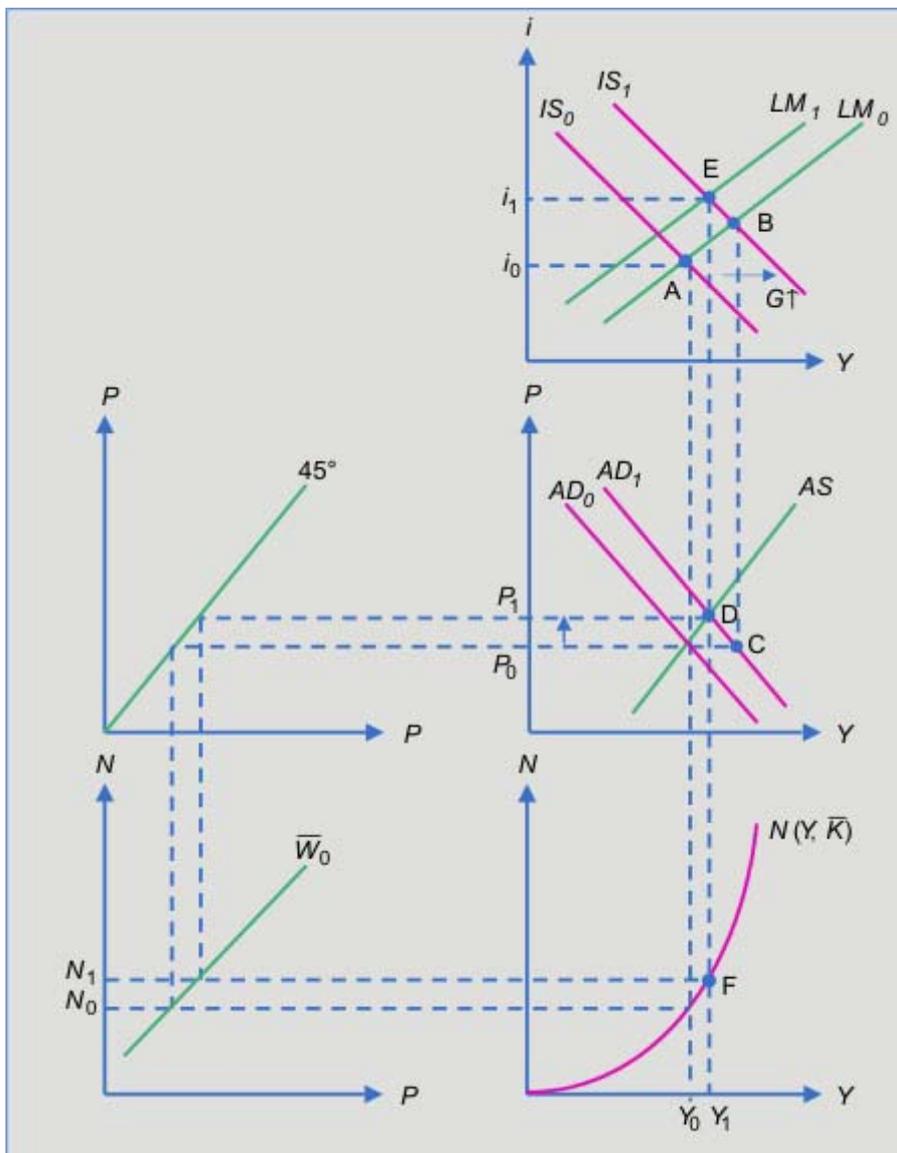
Totalesdifferenzial nach dP und dN

$$\text{Grundformel: } P = \frac{\bar{w}}{Y_N(N, K)} = \bar{w} \cdot (Y_N(N, K))^{-1}$$

$$dP \cdot 1 = \bar{w} \cdot (-1) \cdot Y_N^{-2} \cdot Y_{NN} \cdot dY$$

$$\frac{dP}{dY} = \bar{w} \cdot (-1) \cdot Y_N^{-2} \cdot Y_{NN} > 0$$

Graphische Herleitung der Gleichgewichtspunkte für die endogenen Variablen



entnommen aus
Makroökonomik I –
Kurseinheit 2 von
Prof. Dr. Helmut
Wagner

Berechnung der Steigung der AD-Kurve

Problematik

Y^d ist unbekannt

Methodik

Frage: nach was soll abgeleitet werden

Problem:

$$S(Y - T) = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$$

$$\bar{M} = P \cdot L(Y, i) \quad 3 \text{ endogene Variablen } (P, i, Y)$$

Ansatz:

Das Preisniveau P wird als konstant betrachtet

=> 2 Gleichungen mit 2 endogenen Variablen

Lösung: Totalesdifferenzial nach Y , i und P

$$S_{Y-T} \cdot dY = I_i \cdot di$$

$$0 = P \cdot L_Y \cdot dY + P \cdot L_i \cdot di + L \cdot dp$$

Kramischer Lösungsansatz

1. endogenen Variablen auf die linke Seite

exogene Variablen auf die rechte Seite

$$S_{Y-T} \cdot dY - I_i \cdot di = 0$$

$$P \cdot L_Y \cdot dY + P \cdot L_i \cdot di = -L \cdot dp$$

2. Umformen in Matrizenschreibweise

$$\begin{pmatrix} S_{Y-T} & -I_i \\ P \cdot L_Y & P \cdot L_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dY \\ di \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -L \end{pmatrix} \cdot dP$$

$$\frac{dY}{dP} = \frac{\det \begin{pmatrix} 0 & -I_i \\ -L & P \cdot L_i \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} S_{Y-T} & -I_i \\ P \cdot L_Y & P \cdot L_i \end{pmatrix}} = \frac{0 \cdot P \cdot L_i - (-L_Y) \cdot (-I_i)}{S_{Y-T} \cdot P \cdot L_i + P \cdot L_Y \cdot L_i}$$

$$\frac{dY}{dP} = \frac{-L_Y \cdot I_i}{S_{Y-T} \cdot P \cdot L_i + P \cdot L_Y \cdot L_i} = \frac{(-) \cdot (+) \cdot (-)}{(+)(+) \cdot (-) + (+)(+) \cdot (-)} = \frac{(+)}{(-)} < 0$$

$$\Rightarrow \left. \frac{dY}{dP} \right|_{AD} < 0 \quad \text{Steigung der AD-Kurve für steigendes Preisniveau ist negativ.}$$

Lösung durch Substitution

$$S_{Y-T} \cdot dY - I_i \cdot di = 0$$

$$P \cdot L_Y \cdot dY + P \cdot L_i \cdot di = -L \cdot dp$$

1. Gleichung nach di auflösen

$$\frac{S_{Y-T} \cdot dY}{I_i} = di$$

2. di in 2. Gleichung einsetzen

$$P \cdot L_Y \cdot dY + P \cdot L_i \cdot \frac{S_{Y-T} \cdot dY}{I_i} = -L \cdot dp$$

$$\left(P \cdot L_Y + P \cdot L_i \cdot \frac{S_{Y-T}}{I_i} \right) \cdot dY = -L \cdot dp$$

$$\cdot \frac{dY}{dp} = \frac{-L}{P \cdot L_Y + P \cdot L_i \cdot \frac{S_{Y-T}}{I_i}} = \frac{-L}{P \cdot L_Y + P \cdot L_i \cdot \frac{S_{Y-T}}{I_i}} \cdot \frac{I_i}{I_i} = \frac{-L \cdot I_i}{P \cdot L_Y \cdot I_i + P \cdot L_i \cdot S_{Y-T}}$$

gleiche Lösung ☺

Grafik Seite 8

Prüfungsrelevant

Angabe einer Reduzierten Form

- allgemein

es gelte: $f(x, \alpha, \beta) = g(x, \alpha)$ Reduzierte Form der Lösung: $x^* = x^*(\alpha, \beta)$ *Reduzierte Form gibt an, die Gleichgewichtsfunktion mit allen exogenen Variablen.*

- Für die Preissetzungsfunktion

$$\circ P^* = P^*(\bar{G}, \bar{M}, \bar{K}, \bar{w})$$

Steigung der AS-Kurve

Gesucht: $\frac{dY}{dP}$ ← Freie/unabhängige, exogene Variable, für welche maximiert werden soll.

Es sollen gelte $Y = Y(N, \bar{K})$ und $P = \frac{\bar{w}}{Y_N(N, \bar{K})}$

Problem drei endogene Variablen (P, N, Y) allerdings nur zwei Gleichungen

Lösung: P (Preisniveau) wird als exogen – angesehen.

Ermittlung der Steigung:

1. Vorhanden Gleichungen hinschreiben

I. $Y = Y(N, \bar{K})$

II. $N = N(P, \bar{K}, \bar{w})$ **wieso diese Gleichung**

2. Bildung des Totalendifferenzial

Das Totalendifferenzial wird nach allen endogenen Variablen also Y und N sowie der unabhängigen exogenen Variablen P ermittelt.

I. $1 \cdot dY = Y_N \cdot dN$

$$II. 1 \cdot dP = (-1) \cdot \frac{\bar{w}}{Y_N(N, \bar{K})^2} \cdot Y_{NN}(N, \bar{K}) \cdot dY \Leftrightarrow -\frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} \cdot dY$$

Verkürzte Schreibweise, ohne Argumente

3. Bestimmung Auflösung der Gleichungssystem

Grammerisches Verfahren

3.1 exogene Variablen auf die rechte Seite

3.2 alle exogenen Variablen auf die linke Seite

I. $1 \cdot dY - Y_N \cdot dN = 0$

II. $\frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} \cdot dY + 0 \cdot dN = -dP$

Hinweis:

Für die Umwandlung in die Matrixschreibweise ist es einfacher, wenn die endogenen Variablen nach welchen abgeleitet wurde untereinander stehen.

3.3 Umformen in Matrixform

$$\begin{pmatrix} 1 & -Y_N \\ 0 & \frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dY \\ dN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot dP$$

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dP} &= \frac{\det \begin{pmatrix} 0 & -Y_N \\ -1 & \frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} 1 & -Y_N \\ 0 & \frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} \end{pmatrix}} = \frac{0 \cdot \frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} - (-1) \cdot (-Y_N)}{1 \cdot \frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} - 0 \cdot (-Y_N)} = \\ &= \frac{-Y_N}{1 \cdot \frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN}} = \frac{(-)}{\frac{(+)}{(+)} \cdot (-)} = \frac{(-)}{(-)} = (+) > 0 \end{aligned}$$

$$\text{weitere richtige Lösungen: } \frac{-Y_N^3}{\bar{w} \cdot Y_{NN}} \text{ oder } \frac{-Y_N^2}{P \cdot Y_{NN}}$$

Ergebnis die Steigung ist positiv $\rightarrow \frac{dY}{dP} > 0$

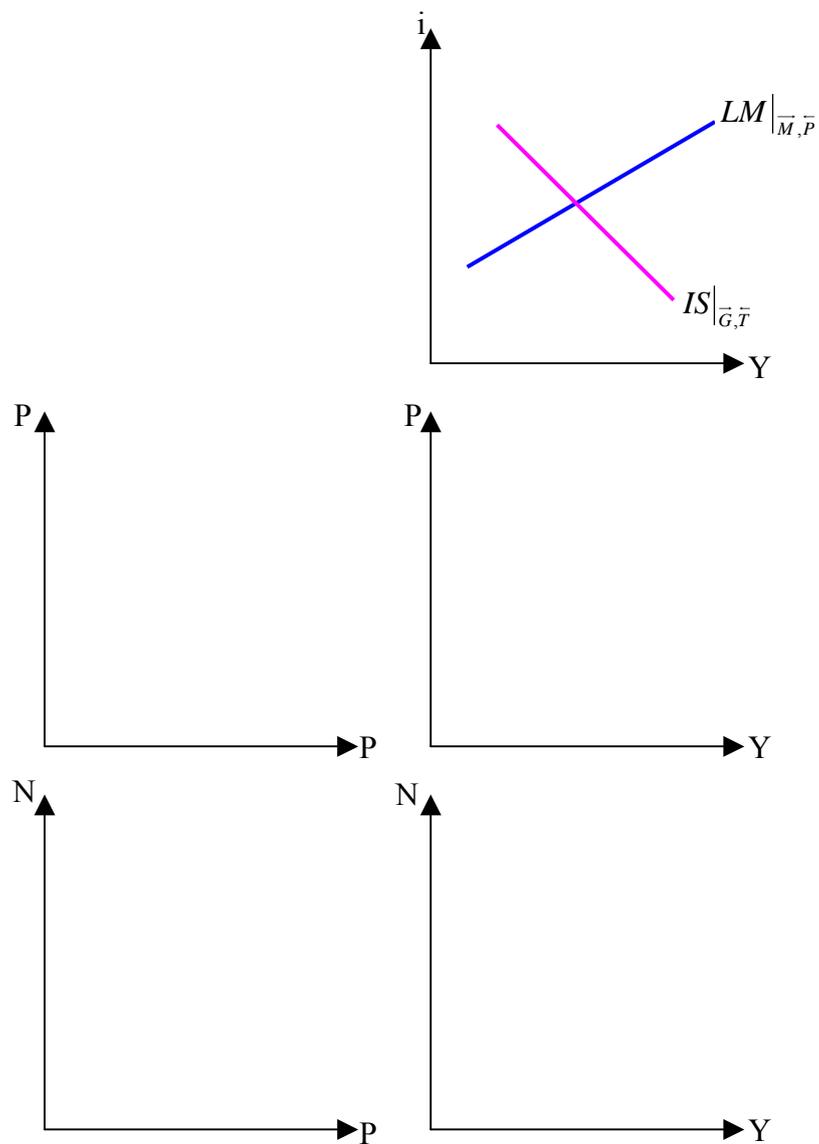
Hausaufgabe:

- Ermittlung durchführen für
 - o $Y = Y(N, \bar{K})$ und $\bar{w} = P \cdot Y_N(N, \bar{K})$

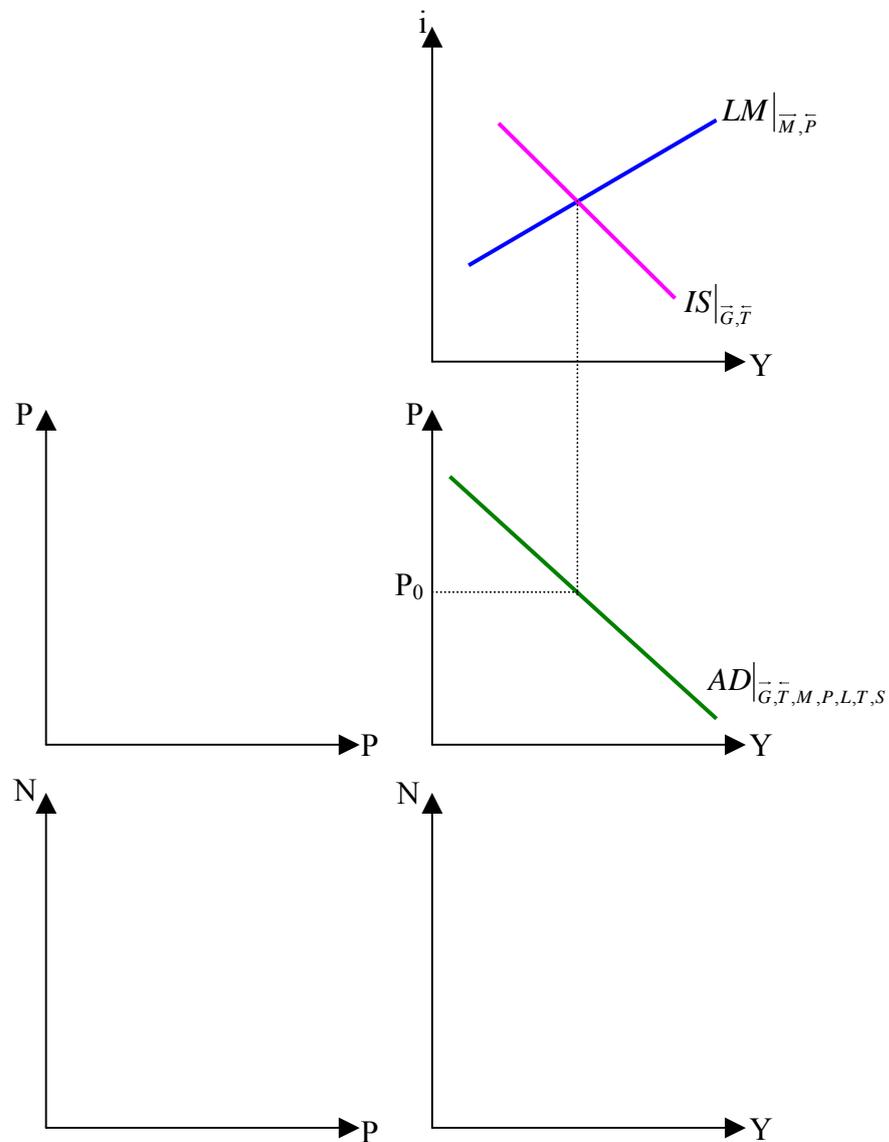
Grafik: 18.12.06 Seite 5

Schritte zur graphischen Lösung:

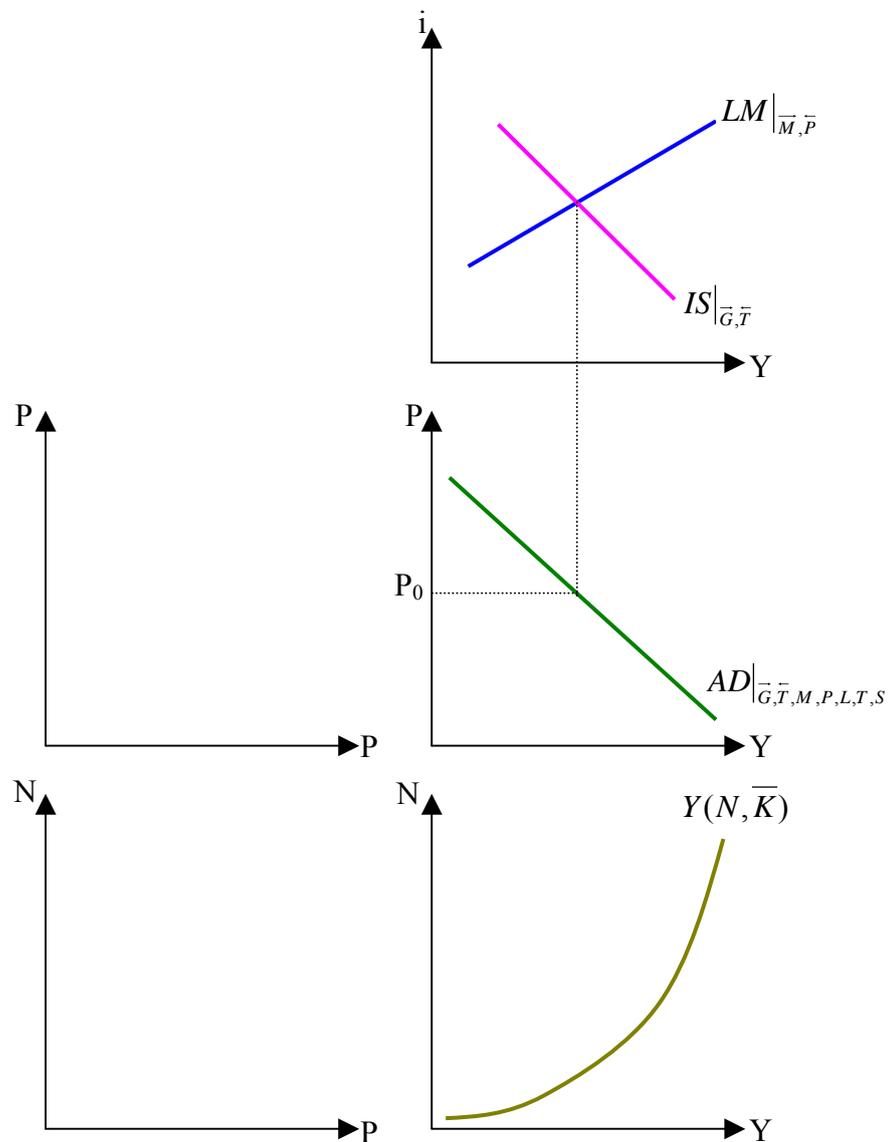
1. Ausgangsgleichgewicht für die IS- und LM-Kurve einzeichnen



2. AD-Kurve (ohne Konstruktion) einzeichnen – zur Vereinfachung gerade einzeichnen
- Mit einer senkrechten *Strichellinie* für den Schnittpunkt der IS/LM-Kurve den Ausgangswert für Y_0 festlegen.
 - P_0 ist im Schnittpunkt der *Strichellinie* und AD-Kurve

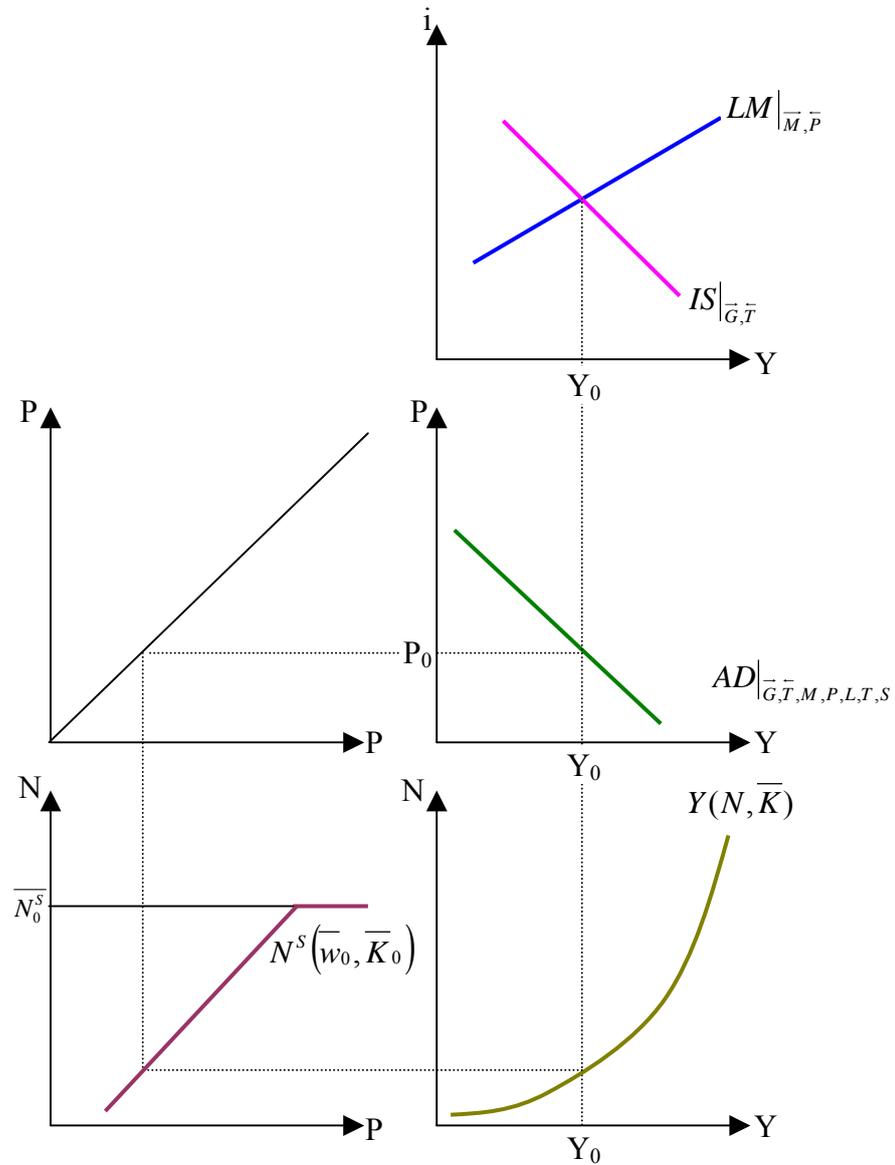


3. Einzeichnen der Produktionsfunktion (schematischer Verlauf)
Merke: Die Achsen sind vertaucht, daher kein progressive Kurve.



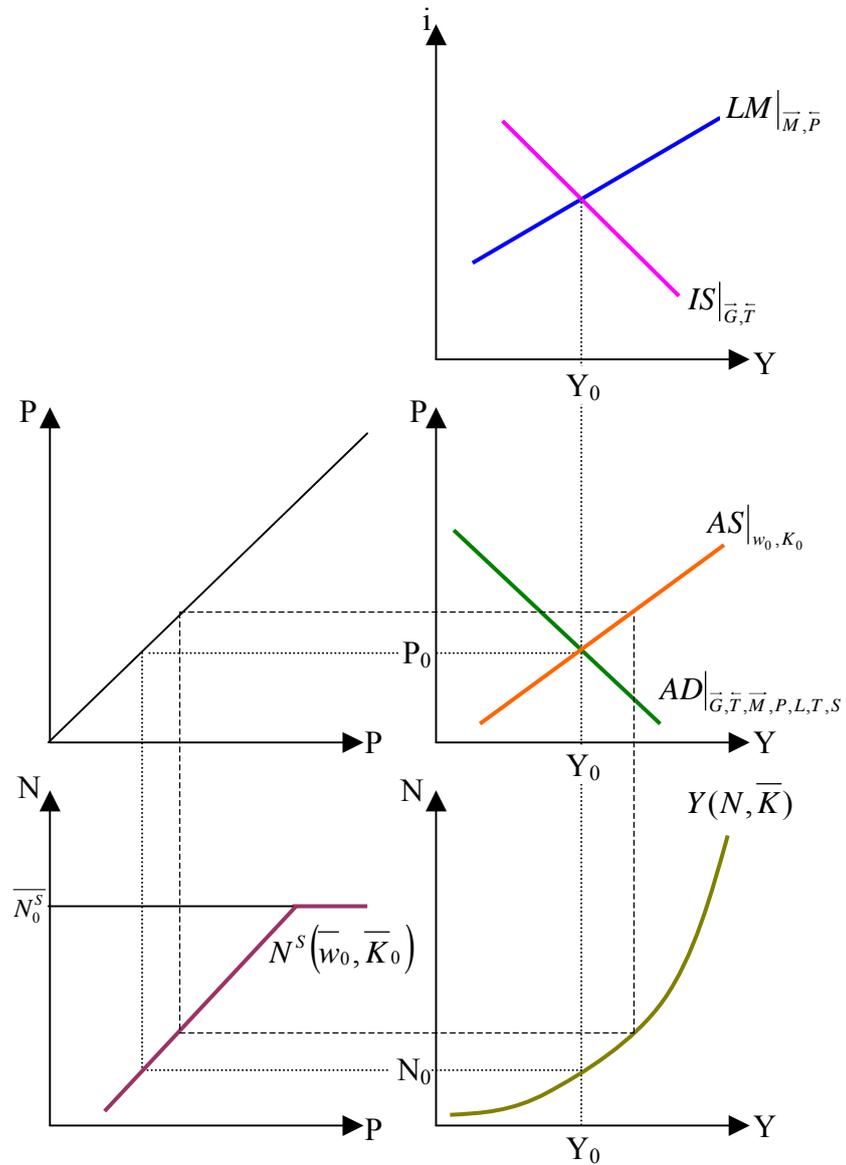
4. Hilfsgerade in P/P-Koordinatensystem einzeichnen
5. Konstruktion der Preissetzungsfunktion (mit 2. Punkten)
6. N^S einzeichnen

Merke: oberen Ende des Koordinatensystems für die Preissetzungsfunktion



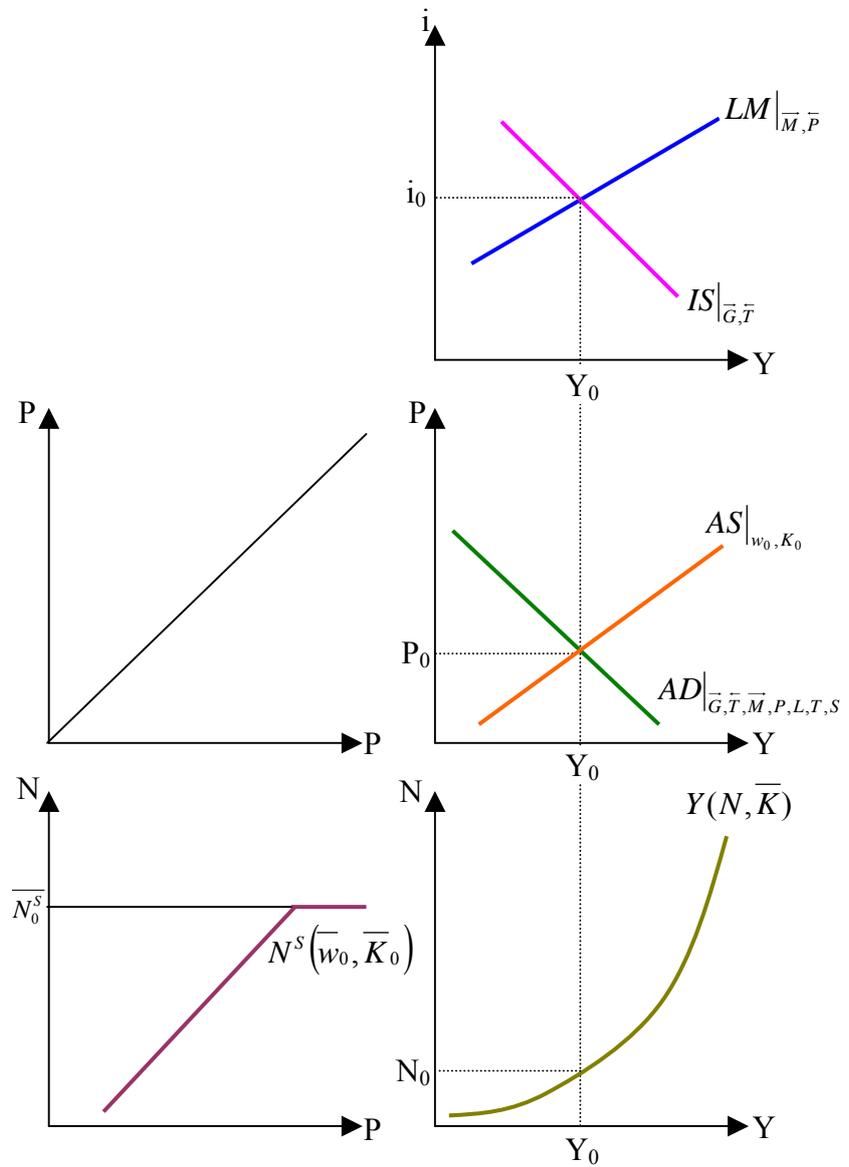
7. AS-Kurve konstruieren

- i. Beliebige horizontale für die Produktionsfunktion einzeichnen.
Möglichst nicht allzu weit von N_0



Ergebnis:

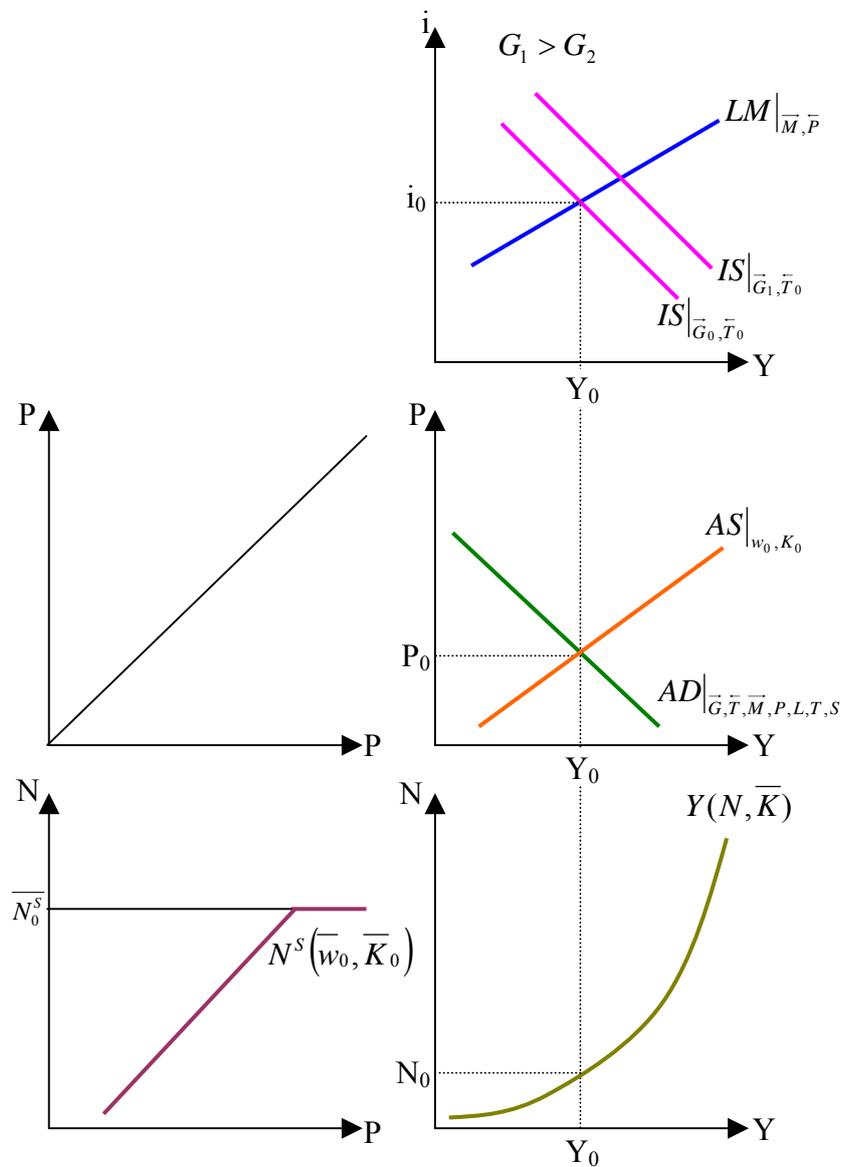
Ausgangsgleichgewicht ist gegeben, die Werte i_0, P_0, N_0, Y_0 sind ermittelt.



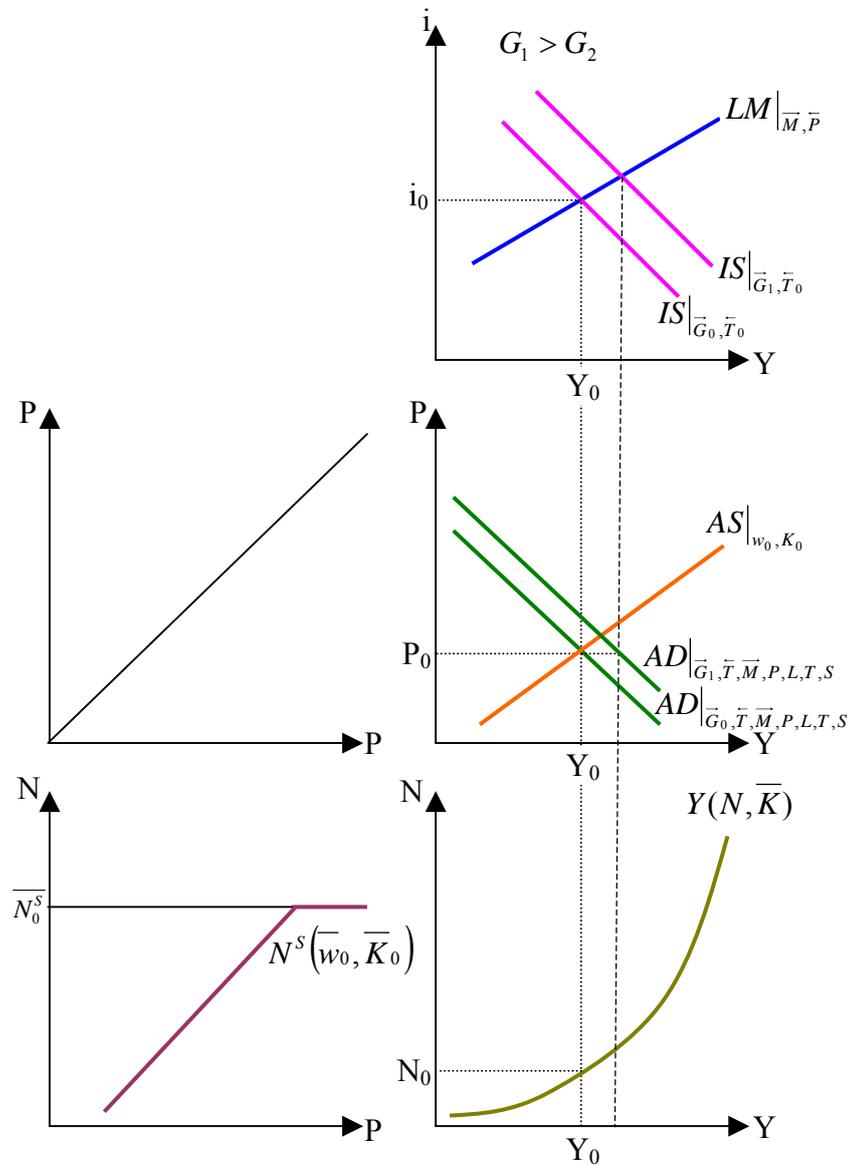
Frage:

Was passiert wenn sich G_0 erhöht wird.

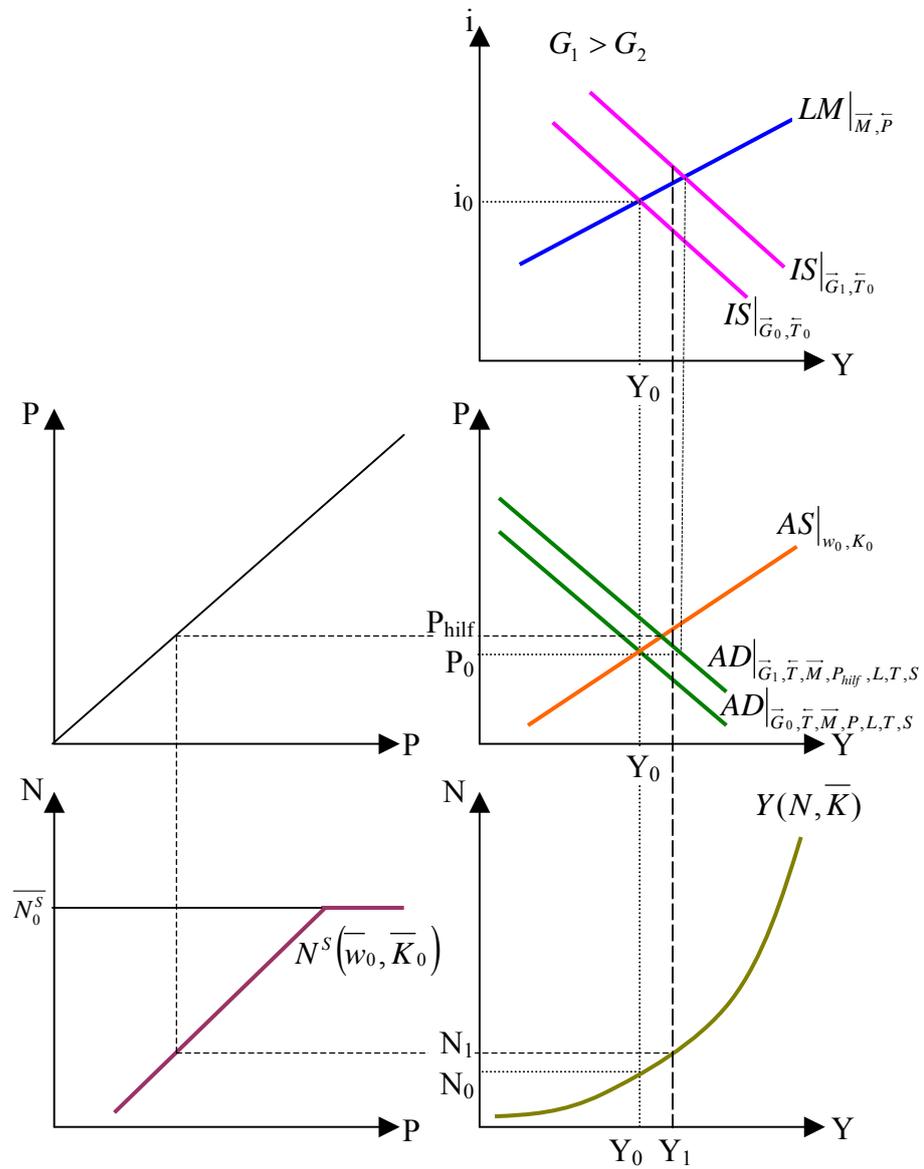
8. neue IS-Kurve einzeichnen



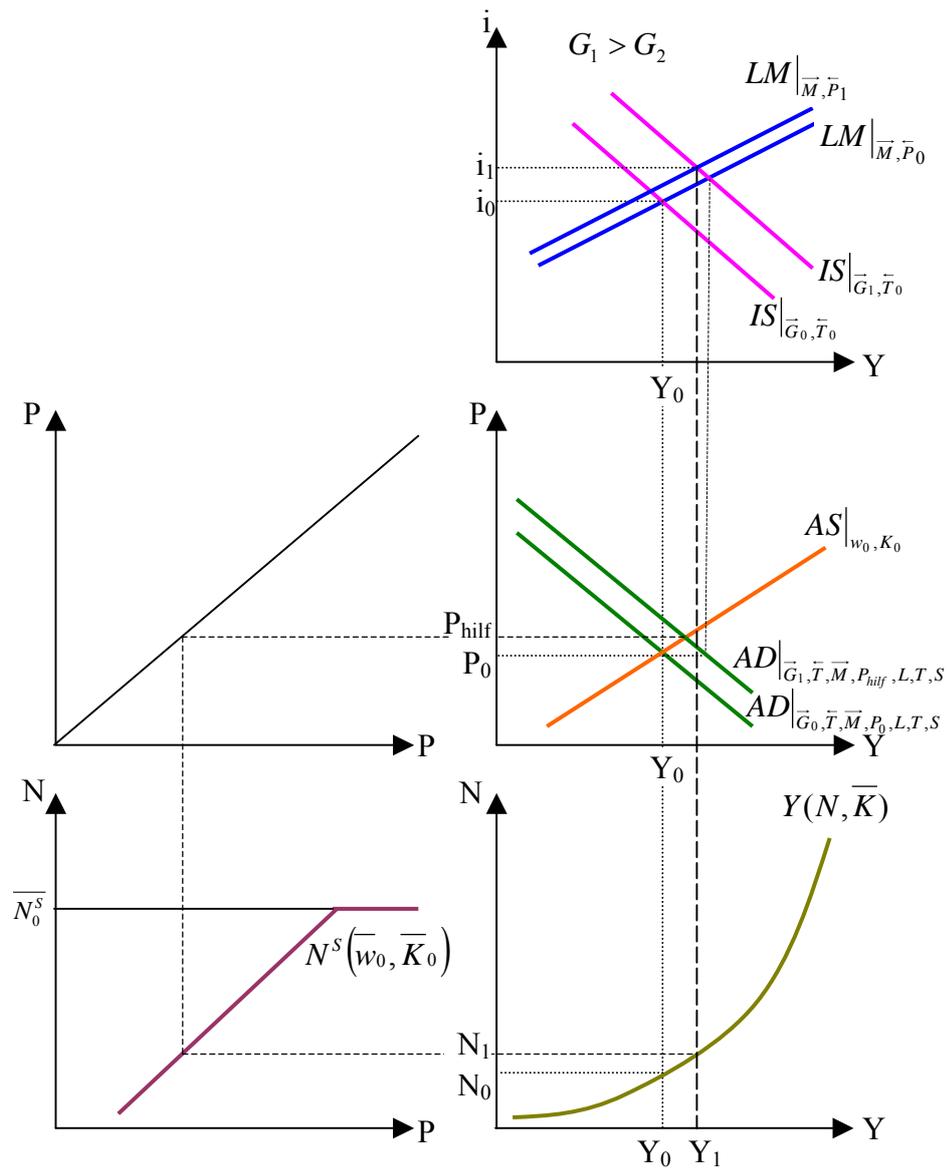
9. neues *Strichellinie* im Schnittpunkt der IS/LM-Kurve senkrecht einzeichnen.
10. Konstruktions-AD-Kurve im Schnittpunkt *Strichellinie* und P_0
Merke: IS-Kurve verschiebt sich normalerweise stärker als die AD-Kurve



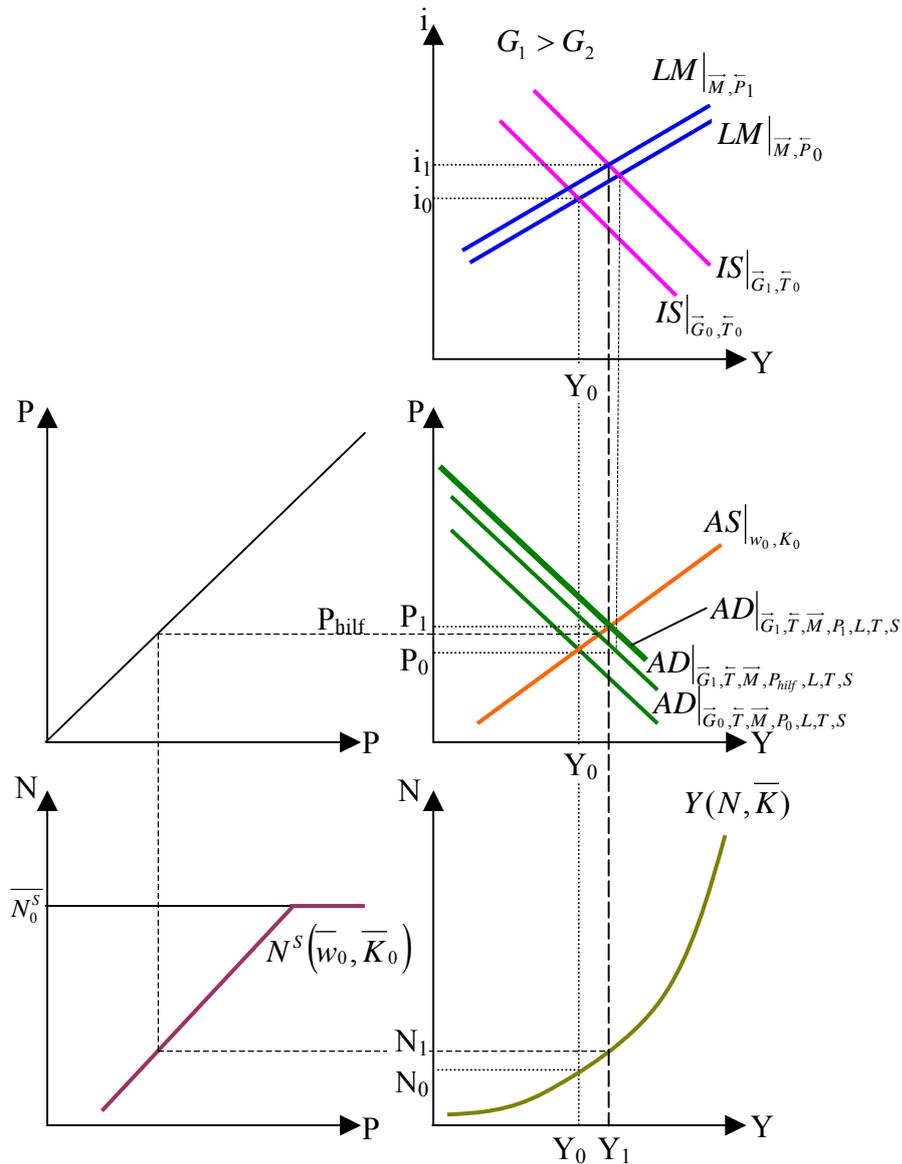
11. Werte für N_1 , Y_1 und P_{hilf} einzeichnen.



12. neue LM-Kurve konstruieren und i_1 bestimmen



13. resultierende AD-Kurve einzeichnen und P_1 bestimmen



Ergebnis:

$G \uparrow$ folgt: $Y \uparrow, i \uparrow, N \uparrow, P \uparrow$

Merke:

Wenn der Staat auf der Ausgabenseite (expansive Fiskalpolitik) also G oder T verändert folgt:

- es verschiebt sich die IS-Kurve nach rechts auch wenn gilt: $\Delta G = \Delta T$

Berechnung der Multiplikatoren

$$\frac{dY}{d\bar{G}} \text{ und } \frac{di}{d\bar{G}}$$

Geg.:

Gütermarkt:	$S(Y - T) = I(i) + \bar{G} - \bar{T}$
Geldmarkt	$\bar{M} = P \cdot L(Y, i)$
Produktionsfunktion	$Y = Y(N, K)$
Preissetzungsfunktion	$P = \frac{\bar{w}}{Y_N(N, \bar{K})}$

$$\text{Vereinfachung: } P = Y_N = \bar{w} = L = 1$$

1. Schritt

Totales Differenzial nach allen endogenen Variablen und nach der exogenen Variable für welche eine Variation untersucht werden soll.

$$\begin{aligned} (1) \quad & S_{Y-T} \cdot dY = I_i \cdot di + 1 \cdot d\bar{G} \\ (2) \quad & 0 = P \cdot L_Y \cdot dY + P \cdot L_i \cdot di + L \cdot dp \\ (3) \quad & 1 \cdot dY = Y_N \cdot dN \\ (4) \quad & 1 \cdot dP = -\frac{\bar{w}}{Y_N^2} \cdot Y_{NN} \cdot dN \end{aligned}$$

2. Schritt

Auf 3 Gleichungen Reduzieren \rightarrow Vereinfachung durchführen

$$\begin{aligned} (2a) \quad & 0 = L_Y \cdot dY + L_i \cdot di + dp \\ (3a) \quad & 1 \cdot dY = Y_N \cdot dN \rightarrow dY = dN \\ (4a) \quad & 1 \cdot dP = -\frac{1}{1} \cdot Y_{NN} \cdot dN \end{aligned}$$

3. Schritt

Gleichungen umstellen, daß endogene Variablen links, exogene Variablen rechts stehen

$$\begin{aligned} (1) \quad & S_{Y-T} \cdot dY - I_i \cdot di = d\bar{G} \\ (2) \quad & L_Y \cdot dY + L_i \cdot di + dp = 0 \\ (4) \quad & Y_{NN} \cdot dN + dP = 0 \end{aligned}$$

4. Schritt

Umformen in Matrix

$$\begin{pmatrix} S_{Y-T} & -I_i & 0 \\ L_Y & L_i & 1 \\ Y_{NN} & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dY \\ di \\ dP \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot d\bar{G}$$

Gramische Regel

Prüfen in welcher Zeile der endogenen Matrix die endogene Variable steht. In unserem Fall in der ersten Zeile.

Wir ersetzen somit die 1. Spalte der Koeffizientenmatrix mit der Matrix vor der exogenen Variablen. Diese Determinante ist der Zähler unseres Bruches. Der Nenner ist die Koeffizientenmatrix

$$\frac{dY}{d\bar{G}} = \frac{\det \begin{pmatrix} 1 & -I_i & 0 \\ 0 & L_i & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}{\det \begin{pmatrix} S_{Y-T} & -I_i & 0 \\ L_Y & L_i & 1 \\ Y_{NN} & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

Auflösen der Determinanten

$$\frac{dY}{d\bar{G}} = \frac{(1 \cdot L_i \cdot 1) + (-I_i \cdot 1 \cdot 0) + (0 \cdot 0 \cdot 0) - (0 \cdot L_i \cdot 0) - (0 \cdot 1 \cdot 0) - (1 \cdot 0 \cdot L_i)}{S_{Y-T} \cdot L_Y - I_i \cdot Y_{NN} + L_Y \cdot I_i}$$

$$\frac{dY}{d\bar{G}} = \frac{L_i}{S_{Y-T} \cdot L_Y - I_i \cdot Y_{NN} + L_Y \cdot I_i} = \frac{(-)}{(+)\cdot(-) - (-)\cdot(-) + (+)\cdot(-)} = \frac{(-)}{(-)} > 0$$

Ergebnis

Die Erhöhung der Staatsausgaben hat eine gleichgerichtete Veränderung (Erhöhung) der Einkommens zur Folge. Positive Korrelation.

Klausurrelevanz

Grundmodell muß vollständig verstanden sein

- Zusammenhänge
- Ableiten
- Multiplikatoren berechnen

Grafische Lösungswege sind vollständig verstanden

Transformationsprozesse sind nicht Klausurrelevant